

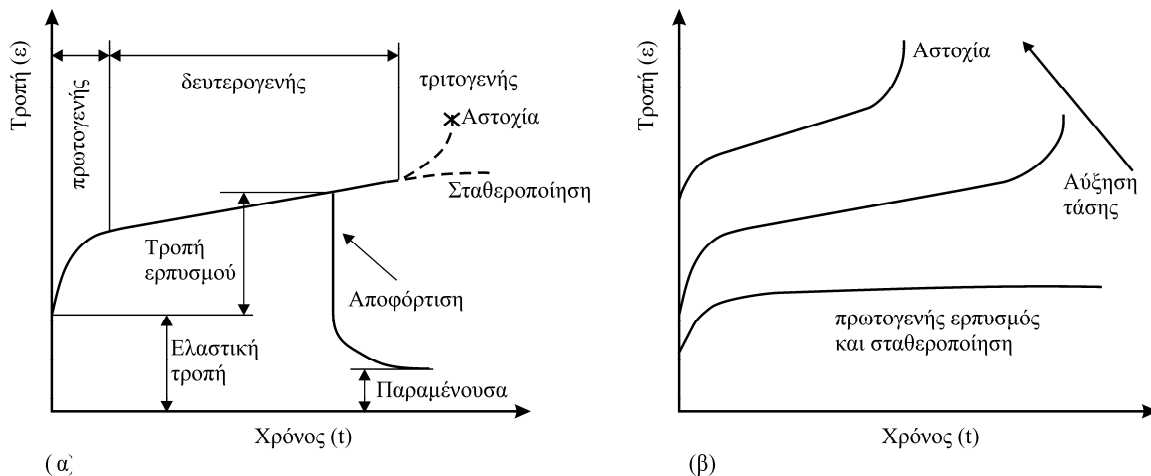
Κεφάλαιο 11

Ιξώδης συμπεριφορά

1 Ορισμοί

Ερπυσμός (creep) καλείται η χρονικά εξαρτημένη παραμόρφωση του πετρώματος, που παρατηρείται όταν το πέτρωμα φορτίζεται υπό σταθερή εντατική κατάσταση σε σταθερή θερμοκρασία. Η ερπυστική συμπεριφορά του πετρώματος πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά την ανάλυση της ευστάθειας υπογείων έργων μόνιμης (ή μακροχρόνιας) χρήσης, τα οποία μετά τη διάνοιξή τους υποβάλλονται συχνά σε περίπου σταθερά φορτία.

Στο Σχήμα 1 δείχνεται η γενική μορφή της καμπύλης τροπής-χρόνου (καμπύλη ερπυσμού) που προκύπτει από δοκιμές ερπυσμού (creep test). Σε αυτές τις δοκιμές επιβάλλεται μία ταχεία αύξηση της τάσης, που στη συνέχεια διατηρείται σταθερή. Η στιγμιαία τροπή, λόγω της ελαστικής αντίδρασης του πετρώματος, ακολουθείται από τον πρωτογενή ή μεταβατικό ερπυσμό (primary creep ή transient creep) όπου ο ρυθμός μεταβολής της τροπής μειώνεται με το χρόνο. Σε ορισμένα πετρώματα ο πρωτογενής ερπυσμός προσεγγίζει ένα σταθερό ρυθμό μεταβολής της τροπής που οριοθετεί τη μετάβαση στο δευτερογενή (secondary) ή σταθερό (steady-state) ερπυσμό. Με τη φόρτιση του πετρώματος πέραν ενός ορίου, χαρακτηριστικό για κάθε πέτρωμα υπό συγκεκριμένες πειραματικές συνθήκες, τον δευτερογενή ερπυσμό ακολουθεί ο τριτογενής (tertiary creep) ή επιταχυνόμενος (accelerated creep) ερπυσμός με απότομη αύξηση του ρυθμού μεταβολής της τροπής που οδηγεί τελικά στην αστοχία του πετρώματος.



Σχήμα 1. (α) Τυπική καμπύλη ερπυσμού του πετρώματος (Goodman, 1989), (β) Διαφοροποίηση της μορφής της καμπύλης ερπυσμού με την εφαρμοζόμενη τάση.

Οι τροπές που προκαλούνται λόγω ερπυσμού συνήθως δεν είναι ανακτήσιμες. Η δομή του πετρώματος διαταράσσεται, ιδιαίτερα υπό εφελκυστικές τάσεις, και το πέτρωμα μπορεί να οδηγηθεί σε αστοχία.

Στον πρωτογενή ερπυσμό, ο ρυθμός μεταβολής της τροπής μειώνεται συνήθως ως δύναμη του χρόνου. Η εμπειρική αυτή συσχέτιση παρατηρήθηκε πρώτα από τον Andrade (1919) στα μέταλλα, και στη συνέχεια σε πολλά άλλα υλικά μεταξύ των οποίων και τα πετρώματα (Lockner, 1993). Στο δευτερογενή ερπυσμό ο ρυθμός μεταβολής της τροπής είναι πρακτικά σταθερός και εξαρτάται έντονα από το επίπεδο της εφαρμοζόμενης τάσης (Σχήμα 1β). Σύμφωνα με τον Lockner (1993) και τους Dusseault and Fordham, (1993) σε πολλές περιπτώσεις, ιδιαίτερα στα σκληρά πετρώματα, ο δευτερογενής ερπυσμός δεν είναι ξεκάθαρα ορατός αλλά εμφανίζεται ως ένα μεταβατικό στάδιο μεταξύ του πρωτογενούς και του τριτογενούς ερπυσμού. Κατά τη διάρκεια του τελευταίου ο ρυθμός τροπής αυξάνεται ως δύναμη του χρόνου, όπως επίσης και η καταγραφόμενη ακουστική εκπομπή.

Οι δοκιμές ερπυσμού στα πετρώματα πραγματοποιούνται συνήθως με μονοαξονική φόρτιση σε συνθήκες δωματίου (χωρίς πλευρική πίεση, θερμοκρασία κοντά στους 20 °C, υγρασία εσωτερικού χώρου). Σε ορισμένες περιπτώσεις διερευνάται η επίδραση των συνθηκών περιβάλλοντος και η σχέση τους με το χρόνο μέσα στον οποίο το πέτρωμα μπορεί να αστοχήσει λόγω ερπυσμού. Ο χρόνος αυτός αυξάνεται με την αύξηση της πλευρικής πίεσης και μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας και της υγρασίας.

Τα περισσότερα πετρώματα εμφανίζουν κάποιας μορφής ερπυσμό σε διάφορες χρονικές κλίμακες (λεπτά, ημέρες, χρόνια). Επίσης, εμφανίζουν σημαντική ερπυστική συμπεριφορά σε υψηλές θερμοκρασίες και πιέσεις (εκτός της περιοχής ενδιαφέροντος των συνήθων δομημάτων). Μερικά πετρώματα, όπως ορυκτά άλατα, εβαπορίτες, αργιλικοί σχιστόλιθοι (shale), εμφανίζουν ερπυσμό σε συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας που συναντώνται στα συνήθη δομήματα. Αυτά τα πετρώματα μπορούν να μελετηθούν στο εργαστήριο ή επί τόπου για την κατανόηση των μηχανισμών που προκαλούν τον ερπυσμό, ή για την εκτίμηση παραμέτρων υπολογισμού της ερπυστικής συμπεριφοράς. Η μελέτη του ερπυσμού είναι επίσης χρήσιμη για την κατανόηση διαχρονικών γεωλογικών φαινομένων.

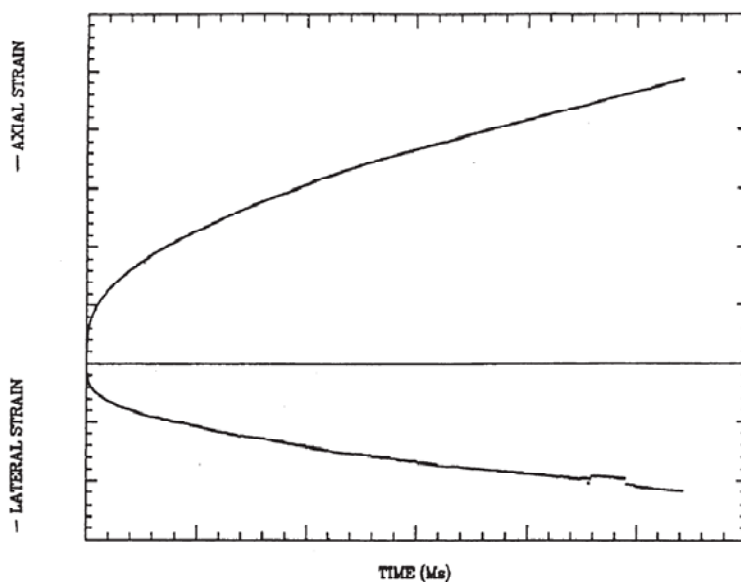
2 Δοκιμές ερπυσμού

Η πειραματική διαδικασία για την εξέταση της ερπυστικής συμπεριφοράς κατάλληλα διαμορφωμένων κυλινδρικών δοκιμίων πετρώματος σε μονοαξονική θλίψη (σε συνήθειες ή σε υψηλές θερμοκρασίες) περιγράφεται από το πρότυπο D 4341-03 της ASTM (ASTM, 2003). Σύμφωνα με την ASTM οι δοκιμές ερπυσμού μπορούν να παρέχουν παραμέτρους υπολογισμού για την ανάλυση της ευστάθειας υπογείων κατασκευών. Εντούτοις, οι ιδιότητες παραμόρφωσης και αντοχής που μετρούνται εργαστηριακά δεν αντιπροσωπεύουν τις επί τόπου ιδιότητες της βραχομάζας, καθώς οι τελευταίες επηρεάζονται από την παρουσία ασυνεχειών, ρηγμάτων, επιπέδων αδυναμίας κλπ.

Η συσκευή φόρτισης που θα χρησιμοποιηθεί στη δοκιμή θα πρέπει να διατηρεί το επιθυμητό φορτίο σταθερό. Σημειώνεται ότι, υπό σταθερό φορτίο η τάση σε μία διατομή κάθετα στον άξονα του δοκιμίου μεταβάλλεται καθώς το πέτρωμα παραμορφώνεται.

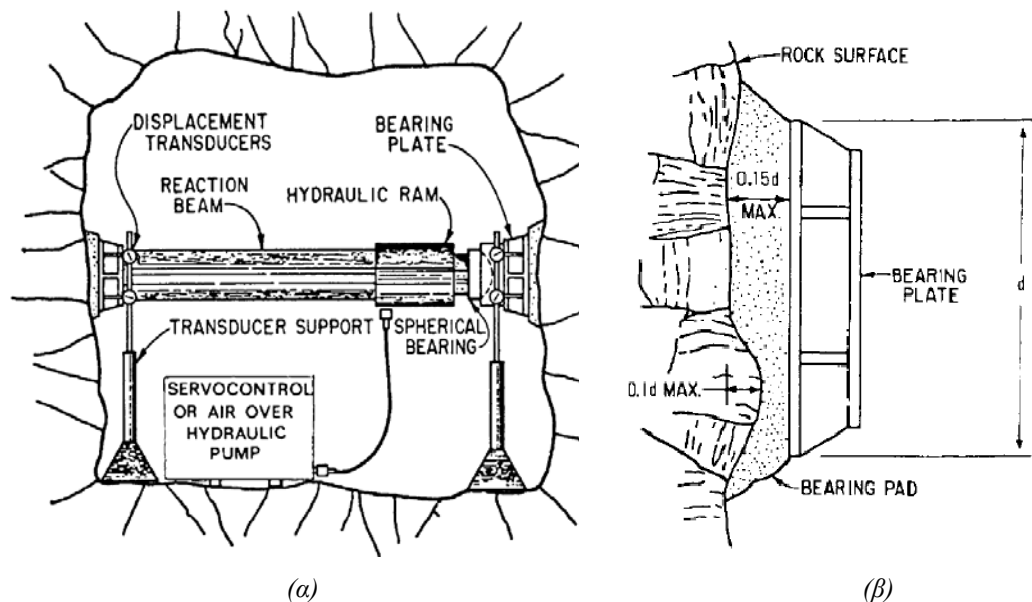
Έτσι, η ASTM προτείνει εκτέλεση της δοκιμής είτε με σταθερό φορτίο είτε με σταθερή τάση, με ακρίβεια 2 %.

Το δοκίμιο τοποθετείται στη συσκευή και φορτίζεται με ένα μικρό αξονικό φορτίο περίπου 100 N. Αυξάνεται η θερμοκρασία με μέγιστο ρυθμό 2°C/min μέχρι να επιτευχθεί η επιθυμητή τιμή και σταθεροποιηθούν οι παραμορφώσεις, που οφείλονται στην αύξηση της θερμοκρασίας. Το αξονικό φορτίο εφαρμόζεται με σταθερό ρυθμό εντός χρονικού διαστήματος 20s και διατηρείται στη συνέχεια σταθερό. Καταγράφονται οι αξονικές και διαμετρικές παραμορφώσεις και σχεδιάζεται η μεταβολή τους με το χρόνο. Τυπικά πειραματικά αποτελέσματα δίνονται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2. Αξονική και διαμετρική τροπή από δοκιμή ερπυσμού.

Το πρότυπο D 4553-02 της ASTM (2002) περιγράφει την πειραματική διαδικασία για τον προσδιορισμό της ερπυστικής συμπεριφοράς του επιτόπου πετρώματος. Η δοκιμή, που δείχνεται στο Σχήμα 3, εκτελείται με την εφαρμογή φορτίου στα τοιχώματα μίας υπόγειας στοάς, αφού πρώτα διαμορφωθούν ώστε να είναι επίπεδα και παράλληλα. Το φορτίο εφαρμόζεται στο ένα τοίχωμα μέσω πλάκας που πιέζεται από υδραυλικό έμβολο στηριζόμενο σε δοκό αντίδρασης που μεταβιβάζει τα φορτία στο άλλο τοίχωμα της στοάς. Η αύξηση του φορτίου στην επιθυμητή τιμή πρέπει να επιτευχθεί μέσα σε χρονικό διάστημα 1 min. Καταγράφονται οι παραμορφώσεις σε διαστήματα μερικών λεπτών έως μερικών ωρών και σχεδιάζεται η καμπύλη παραμόρφωσης-χρόνου.



Σχήμα 3. (α) Σκαρίφημα τυπικής διάταξης επί τόπου δοκιμής ερπυσμού, (β) επιφάνεια πετρώματος και πλάκα φόρτισης

3 Μηχανισμοί ερπυσμού

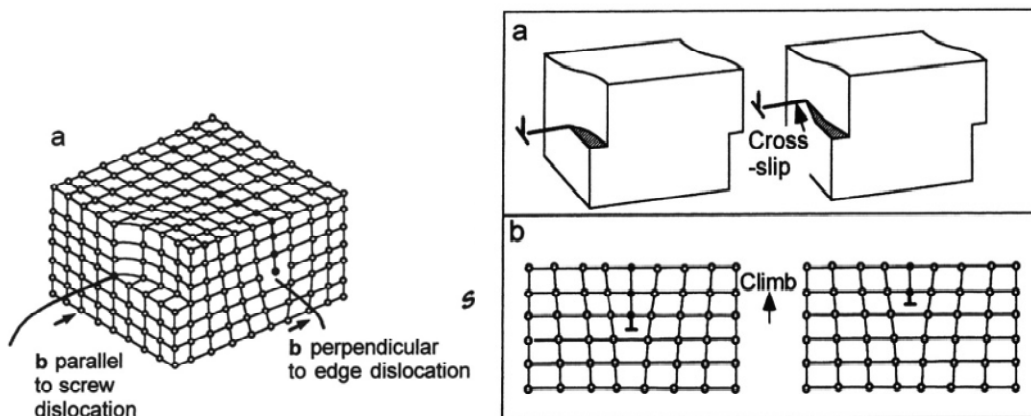
Διάφοροι μηχανισμοί, που δρουν στη μικροκλίμακα της δομής του πετρώματος, προκαλούν το φαινόμενο του ερπυσμού. Οι μηχανισμοί του ερπυσμού σχετίζονται τόσο με την ορυκτολογική σύσταση του πετρώματος όσο και με την κρυσταλλική του δομή και διαφέρουν ανάλογα με το πέτρωμα (Dusseault and Fordham, 1993) και με τις συνθήκες πίεσης, θερμοκρασίας, υγρασίας και άλλων εξωγενών παραγόντων.

Στα σκληρά ψαθυρά πετρώματα με χαμηλό πορώδες ως κύριος μηχανισμός ερπυσμού έχει προταθεί η αλληλεπίδραση και επέκταση μικρορωγμών (Scholz 1972, Lockner 1993). Η διαδικασία αυτή είτε σταθεροποιείται (καταλήγοντας σε μηδενικούς ρυθμούς παραμόρφωσης) είτε επιταχύνεται, συνοδευόμενη από αύξηση της ογκομετρικής παραμόρφωσης, οδηγώντας σε τριτογενή ερπυσμό και τελικά σε αστοχία του πετρώματος. Η άποψη αυτή υποστηρίζεται από πειραματικά δεδομένα, όπως μέτρηση των αξονικών και διαμετρικών παραμορφώσεων και καταγραφή της ακουστικής εκπομπής. Σύμφωνα με τον Kranz (1979) η επέκταση των μικρορωγμών κατά τον ερπυσμό, όπου η εξωτερική τάση διατηρείται σταθερή, οφείλεται είτε στην αλληλεπίδραση τους με γειτονικές μικρορωγμές, που αυξάνει την ένταση στα άκρα τους, είτε στη μείωση της αντοχής των άκρων τους λόγω επίδρασης παραγόντων όπως η υγρασία και η θερμοκρασία. Τέτοια φαινόμενα προκαλούν υποκρίσιμη διάδοση μικρορωγμών (sub-critical crack growth), η οποία έχει εξηγηθεί θεωρώντας τη θραύση των ατομικών δεσμών στο άκρο μίας μικρορωγμής λόγω αυξομείωσης της θερμοκρασίας, που ενισχύεται λόγω της υψηλής συγκέντρωσης τάσεων εκεί (Atkinson, 1991). Υπό αυτές τις συνθήκες οι μικρορωγμές εξακολουθούν να επεκτείνονται ακόμη και αν η εφαρμοζόμενη τάση παραμένει σταθερή. Κατά τη φόρτιση σε μονοαξονική θλίψη η διαδικασία αυτή ξεκινάει για εφαρμοζόμενες τάσεις μεγαλύτερες του 70%-80 % του φορτίου αστοχίας. Εντούτοις, πειράματα των Szczepanik et. al. (2003) έδειξαν ότι,

δοκίμια γρανίτη που φορτίστηκαν μονοαξονικά σε τάση μεγαλύτερη του 80% του φορτίου αστοχίας για χρόνο έως μερικούς μήνες, δεν οδηγήθηκαν σε αστοχία. Στα δοκίμια αυτά εφαρμόστηκε σχολαστική λείανση των άκρων τους ώστε να ελαχιστοποιηθεί η τριβή μεταξύ δοκιμίου και πλακών φόρτισης της συσκευής θλίψης. Από τα πειράματα αυτά φαίνεται πως η πειραματική διάταξη και ιδιαίτερα ο πιθανός περιορισμός της ελευθερίας κίνησης των δοκιμίων στα άκρα (π.χ. λόγω τριβής) μπορεί να επηρεάζει τα εργαστηριακά αποτελέσματα.

Τα ορυκτά άλατα, σε αντίθεση με τα ψαθυρά πετρώματα, συχνά συμπεριφέρονται ως όλκιμα υλικά σε σχετικά χαμηλές θερμοκρασίες και πιέσεις. Έτσι εμφανίζουν έντονο πρωτογενή ερπυσμό, ακολουθούμενο από δευτερογενή σταθερό ερπυσμό, που εξαρτάται από τις ασκούμενες διαφορικές τάσεις, τη θερμοκρασία και την υγρασία. Ως κύριοι μηχανισμοί δευτερογενούς ερπυσμού σε αυτά τα πετρώματα έχουν προταθεί η διάλυση υπό πίεση, η ολίσθηση εκτοπίσεων και η ανάπτυξη μικρορωγμών. Οι μηχανισμοί αυτοί μπορούν να συμμετέχουν ταυτόχρονα στον ερπυσμό και να προκαλούν διαφορετικούς ρυθμούς παραμόρφωσης που έχουν αθροιστικό αποτέλεσμα στην μετρούμενη παραμόρφωση του πετρώματος.

Οι εκτοπίσεις (dislocations) είναι ένας τύπος ατέλειας ή ελαττώματος του κρυσταλλικού πλέγματος. Για την κατανόηση των εκτοπίσεων μπορεί κάποιος να φανταστεί ότι κόβει το κρυσταλλικό πλέγμα σε ένα επίπεδο, απομακρύνει τις δύο πλευρές του επιπέδου κοπής μεταξύ τους στρεβλώνοντας το πλέγμα και προσθέτει (νοητά) μία σειρά ατόμων στον κενό χώρο που δημιουργείται. Οι εκτοπίσεις διαχωρίζονται σε εκτοπίσεις παρεμβολής (edge dislocations) και οι εκτοπίσεις μετάθεσης (screw dislocations). Οι εκτοπίσεις διαδίδονται μέσα στο κρυσταλλικό πλέγμα με θραύση των ατομικών δεσμών του πλέγματος μπροστά από την εκτόπιση και επανασύνδεση πίσω από αυτήν.



Σχήμα 4. (α) Εκτοπίσεις (dislocations) στο κρυσταλλικό πλέγμα. (β) διάδοση εκτοπίσεων μετάθεσης εκτός του επιπέδου τους και αναρρίχηση εκτοπίσεων.

Εργαστηριακά πειράματα για την κατανόηση των μηχανισμών του δευτερογενούς ερπυσμού στα ορυκτά άλατα έδειξαν ότι σε πιέσεις κάτω από 15 MPa και μετρούμενους ρυθμούς τροπής μικρότερους από 10^{-7} s^{-1} ο ερπυσμός οφείλεται σε ολίσθηση εκτοπίσεων στο κρυσταλλικό πλέγμα (π.χ. Wawersik & Zeuch, 1986). Ως κύριος μηχανισμός που

ελέγχει το ρυθμό παραμόρφωσης σε θερμοκρασίες 20-200 °C εμφανίζεται η διάδοση εκτοπίσεων μετάθεσης εκτός του επιπέδου τους (cross-slip of screw dislocations, CS). Σε υψηλότερες θερμοκρασίες, π.χ. 100-200 °C, ως μηχανισμός ελέγχου του ρυθμού της τροπής υπερτερεί η αναρρίχηση των εκτοπίσεων παρεμβολής (dislocation climb, DC). Άλλα πειράματα σε θερμοκρασίες 50-200 °C (Horseman et al. 1992, Carter et al. 1993) παρουσιάζουν μηχανικά και μικρομηχανικά δεδομένα για ένα τύπο ορυκτού άλατος που υποδεικνύουν ερπυσμό λόγω CS για ρυθμούς τροπής μεγαλύτερους του 10^{-7} έως 10^{-9} s^{-1} και με DC σε χαμηλότερους ρυθμούς.

Εκτός από τους μηχανισμούς που σχετίζονται με τις εκτοπίσεις, πειράματα σε λεπτοκοκκώδη φυσικά άλατα έδειξαν ότι όταν υφίσταται ένα ελάχιστο ποσοστό υγρασίας στα όρια των κόκκων η παραμόρφωση μπορεί να οφείλεται σε διάλυση υπό πίεση (pressure solution, PS). Ο μηχανισμός αυτός περιλαμβάνει διάλυση υλικού στα όρια των κόκκων υπό υψηλή μέση τάση, διάχυση δια μέσω του ρευστού των διεπιφανειών των κόκκων και καθίζηση στα όρια των κόκκων σε περιοχές χαμηλής μέσης ορθής τάσης. Πραγματοποιείται έτσι αλλαγή του σχήματος των κόκκων χωρίς εσωτερική παραμόρφωση. Γενικά, παρατηρείται αύξηση της διαλυτότητας όταν το κρυσταλλικό πλέγμα βρίσκεται υπό πίεση. Για την περιεκτικότητα σε υγρασία και για το μέγεθος των κόκκων των συνήθων ορυκτών αλάτων, ο μηχανισμός αυτός πιθανότατα δεν θα εντοπισθεί εργαστηριακά, συμμετέχει όμως στην παραμόρφωση του επιτόπου πετρώματος (Dusseault and Fordham, 1993).

Στα ανθρακικά πετρώματα υπό υψηλά φορτία και παρουσία νερού ο ερπυσμός οφείλεται σε διάλυση και πλαστική διαρροή στη μειωμένη διεπιφάνεια των κόκκων (Dusseault and Fordham, 1993). Οι ισχυροί χαλαζιακοί ψαμμίτες συμπεριφέρονται όπως τα σκληρά ψαθυρά πετρώματα και συνήθως εμφανίζουν περιορισμένο πρωτογενή ερπυσμό που σταθεροποιείται. Ασθενώς στερεοποιημένοι πορώδεις ψαμμίτες εμφανίζουν ερπυσμό με μείωση του πορώδους, που συνοδεύεται από διάλυση, μικρορωγμάτωση και ολίσθηση εκτοπίσεων. Ο ρυθμός του ερπυσμού εξαρτάται και από το μέγεθος των κόκκων. Λεπτοκοκκώδεις ψαμμίτες εμφανίζουν μεγαλύτερο ρυθμό ερπυσμού από τους αδροκοκκώδεις.

4 Πρότυπα ροϊκής συμπεριφοράς (Rheological models)¹

Στα μηχανικά συστήματα καμία επίδραση δεν είναι πραγματικά ακαριαία και ως εκ τούτου οι καταστατικές εξισώσεις του πετρώματος είναι ουσιαστικά πεπλεγμένες συναρτήσεις του χρόνου. Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές η τροπή του πετρώματος μπορεί να υπολογισθεί ικανοποιητικά αγνοώντας την επίδραση του χρόνου. Όταν όμως το πέτρωμα ανταποκρίνεται αργά σε μεταβολές της επιβαλλόμενης τάσης ή τροπής, εμφανίζει δηλαδή ιξώδη (ή αλλιώς βισκώδη) συμπεριφορά, απαιτείται περαιτέρω διερεύνηση.

¹ Rheology = ρεολογία: κλάδος της μηχανικής που ασχολείται με τη ροή των στερεών σωμάτων.

Ένα στερεό σώμα που παραμορφώνεται αργά και συνεχώς λόγω επιβολής διατμητικών τάσεων, μπορεί να θεωρηθεί μερικώς ως ένα ιξώδες ρευστό. Το δυναμικό ιξώδες η , που σχηματικά αναπαρίσταται από ένα αποσβεστήρα, εκφράζει την αναλογία μεταξύ τάσης και ρυθμού μεταβολής της τροπής.

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \quad (1)$$

Οι διαστάσεις του δυναμικού ιξώδους είναι $F \cdot L^{-2} \cdot T$, π.χ. $MPa \cdot s$ (ή $psi \cdot min$). Τα πετρώματα που εμφανίζουν τόσο "στιγμιαία" όσο και χρονικά εξαρτώμενη ελαστική συμπεριφορά, καλούνται ιξωδοελαστικά και η σχετική θεωρία καλείται ιξωδοελαστικότητα.

Στις πειραματικές καμπύλες ερπυσμού συχνά προσαρμόζονται διάφορες εμπειρικές σχέσεις που περιέχουν εκθετικές, λογαριθμικές, παραβολικές ή υπερβολικές συναρτήσεις. Μία σειρά τέτοιων συναρτήσεων (Πίνακας 1) παρουσιάζεται από τους Hudson and Harrison (1997).

Πίνακας 1. Εμπειρικοί νόμοι ερπυσμού (Hudson and Harrison, 1997).




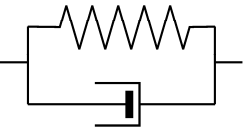
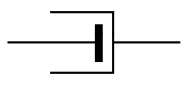
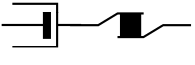
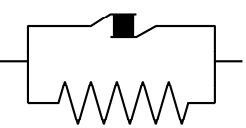
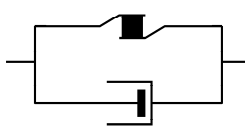

1	$\varepsilon = At^m$	13	$\varepsilon = A + B \sinh(Ct^n)$
2	$\varepsilon = A + Bt^m$	14	$\varepsilon = A + Bt - C \exp(-Dt)$
3	$\varepsilon = A + Bt + Ct^n$	15	$\varepsilon = At + B[1 - \exp(-Ct)]$
4	$\varepsilon = A + Bt^m + Ct^n + Dt^p$	16	$\varepsilon = A[1 - \exp(-Bt)] + C[1 - \exp(-Dt)]$
5	$\varepsilon = At^m + Bt^n + Ct^p + Dt^q + \dots$	17	$\varepsilon = A + B \log t + Ct^n$
6	$\varepsilon = A \log t$	18	$\varepsilon = A + Bt^n + Ct$
7	$\varepsilon = A + B \log t$	19	$\varepsilon = A + B \log t + Ct$
8	$\varepsilon = A \log(B + t)$	20	$\varepsilon = \log t + Bt^n + Ct$
9	$\varepsilon = A \log(B + Ct)$	21	$\varepsilon = A \log(1 + t/B)$
10	$\varepsilon = A + B \log(C + t)$	22	$\varepsilon = A[1 - \exp(B - Ct^n)]$
11	$\varepsilon = A + B \log(t + Dt)$	23	$\varepsilon = A[1 - \exp(-Bt)]$
12	$\varepsilon = At/(1 + Bt)$	24	$\varepsilon = A \exp(Bt)$

Είναι επίσης δυνατόν να προσαρμόζονται στα πειραματικά δεδομένα διάφορα προσομοιώματα ροϊκής συμπεριφοράς, που είναι μηχανικά ανάλογα της συμπεριφοράς του πετρώματος, αποτελούμενα από μηχανικά στοιχεία, όπως ελατήρια (springs), αποσβεστήρες (dashpots) και ολισθητήρες (sliders). Τα προσομοιώματα αυτά είναι χρήσιμα για την κατανόηση της μηχανικής συμπεριφοράς του υλικού και επιτρέπουν τη διατύπωση καταστατικών νόμων. Διάφοροι συνδυασμοί των παραπάνω στοιχείων μπορούν να δώσουν μία μεγάλη ποικιλία ροϊκών μοντέλων ανάλογα με το αν συνδέονται

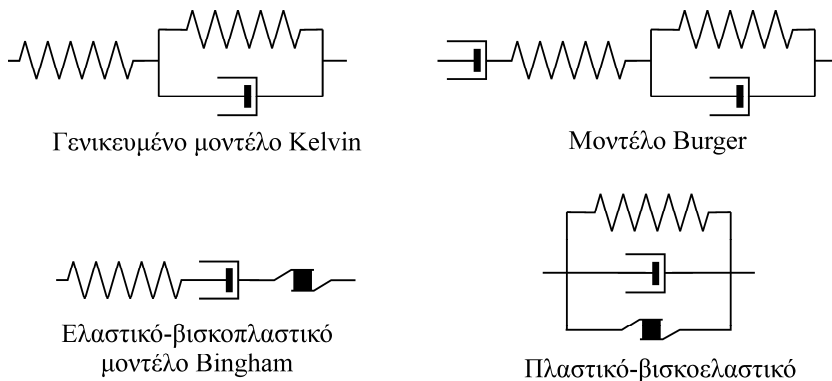
παράλληλα ή σε σειρά. Οι συνδυασμοί μεταξύ δύο μηχανικών στοιχείων και τα αντίστοιχα ροϊκά μοντέλα δίνονται στο Σχήμα 5 ενώ ορισμένα γνωστά μοντέλα με περισσότερους από δύο συνδυασμούς δίνονται στο Σχήμα 6.

Τα δύο κλασικά μοντέλα Maxwell και Kelvin περιέχουν ως μηχανικά στοιχεία το ελατήριο και τον αποσβεστήρα. Οι καταστατικοί νόμοι που συνδέονται με αυτά τα στοιχεία δίνονται από τις σχέσεις:

$$\text{Ελατήριο: } \sigma = E\varepsilon, \quad \text{Αποσβεστήρας: } \sigma = F d\varepsilon / dt \quad (2)$$

<p>Ελαστικό</p>  <p>Ελατήριο</p>	<p>Ελαστοβισκώδες</p>  <p>Μοντέλο Maxwell</p>	<p>Ελαστοπλαστικό</p> 
<p>Βισκοελαστικό</p>  <p>Μοντέλο Kelvin</p>	<p>Βισκώδες</p>  <p>Αποσβεστήρας</p>	<p>Βισκοπλαστικό</p> 
<p>Πλαστοελαστικό</p> 	<p>Πλαστοβισκώδες</p> 	<p>Πλαστικό</p>  <p>Ολισθητήρας</p>

Σχήμα 5. Ρεολογικά μοντέλα από ένα ή δύο μηχανικά ανάλογα (Hudson and Harrison, 1997).



Σχήμα 6. Ρεολογικά μοντέλα από τρία ή περισσότερα μηχανικά ανάλογα (Hudson and Harrison, 1997).

Το μοντέλο Maxwell αποτελείται από ένα ελατήριο και ένα αποσβεστήρα συνδεδεμένα σε σειρά. Η τάση και στα δύο στοιχεία είναι ίδια και η τροπή ε που αναπτύσσεται στο υλικό είναι το άθροισμα των τροπών που αναπτύσσονται στο ελαστικό και στο ιξώδες στοιχείο:

$$\varepsilon = \varepsilon_E + \varepsilon_V \quad (3)$$

Παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_E}{dt} + \frac{d\varepsilon_V}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\sigma}{E} \right) + \frac{\sigma}{F} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{F}$$

Για σταθερή τάση σε χρόνο από $t=0$ έως $t=t_1$:

$$\int d\varepsilon = \frac{1}{E} \int \frac{d\sigma}{dt} dt + \frac{\sigma}{F} \int dt + C$$

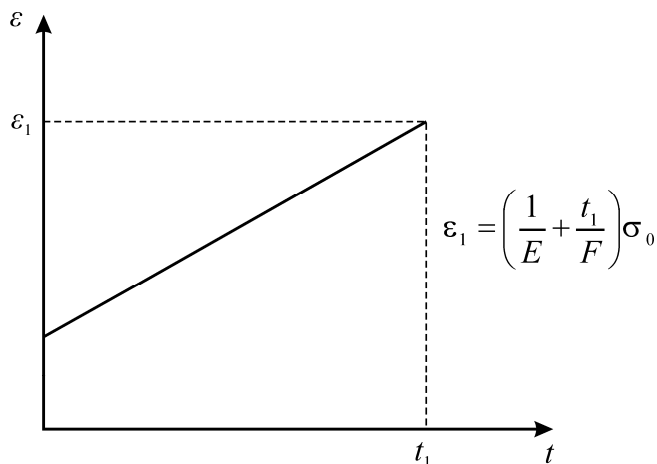
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{F} t + C$$

Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ εφαρμοσθεί τάση σ_0 το υλικό συμπεριφέρεται στιγμιαία ως ελαστικό υλικό και η τροπή που αναπτύσσεται είναι:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E}$$

από όπου προκύπτει ότι η σταθερά $C=0$. Συνεπώς, υπό σταθερή τάση το μοντέλο Maxwell περιγράφει μία γραμμική μεταβολή της τροπής με το χρόνο:

$$\varepsilon = \left(\frac{1}{E} + \frac{t}{F} \right) \sigma \quad (4)$$



Σχήμα 7. Καμπύλη ερπυσμού γραμμικού μοντέλου Maxwell.

Η συμπεριφορά του μοντέλου υπό σταθερή τάση δείχνεται στο Σχήμα 7. Τη χρονική στιγμή t_1 η συνολική τροπή θα είναι:

$$\varepsilon_1 = \left(\frac{1}{E} + \frac{t_1}{F} \right) \sigma_0 \quad (5)$$

Το μοντέλο Kelvin αποτελείται από ένα ιξώδες και ένα ελαστικό στοιχείο παράλληλα συνδεδεμένα. Η τροπή είναι ίδια και στα δύο στοιχεία και η τάση που αναπτύσσεται στο υλικό είναι το άθροισμα των τάσεων που αναπτύσσονται στο ελαστικό και στο βισκώδες στοιχείο:

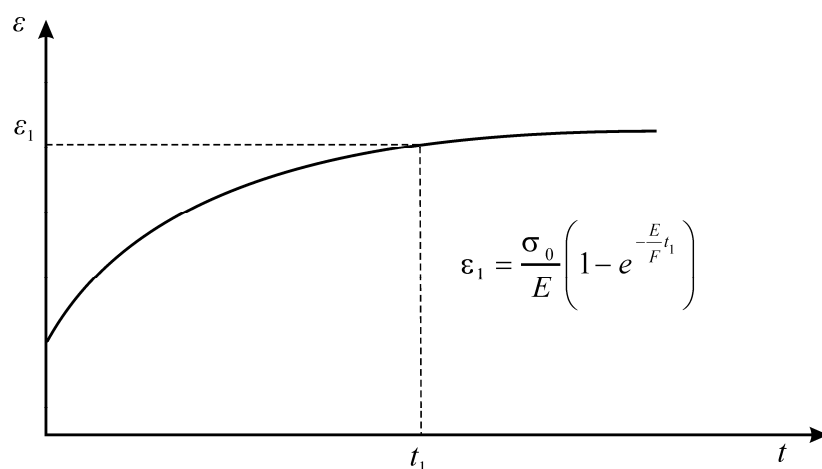
$$\sigma = \sigma_E + \sigma_V = \varepsilon E + F \frac{d\varepsilon}{dt}$$

Θεωρώντας ότι τη χρονική στιγμή $t=0$ εφαρμόζεται τάση σ_0 που παραμένει σταθερή, προκύπτει η εξίσωση της τροπής συναρτήσει του χρόνου:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{-\frac{E}{F}t} \right) \quad (6)$$

Η συμπεριφορά του μοντέλου υπό σταθερή τάση δείχνεται στο Σχήμα 8. Η συνολική τροπή τη χρονική στιγμή $t=t_1$ είναι:

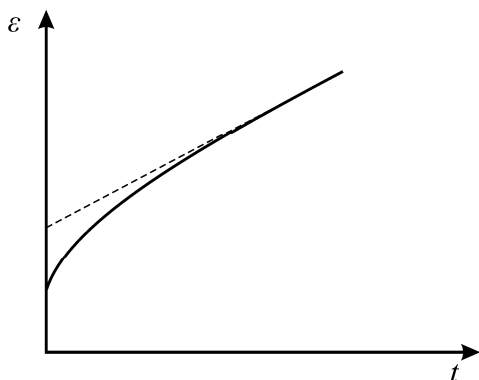
$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{-\frac{E}{F}t_1} \right) \quad (7)$$



Σχήμα 8. Καμπύλη ερπυσμού μη-γραμμικού μοντέλου Kelvin.

Συνδυάζοντας τα μοντέλα Maxwell και Kelvin σε σειρά προκύπτει το μοντέλο Burger (Σχήμα 9). Η μηχανική του συμπεριφορά σε τάση που εφαρμόζεται στιγμιαία και διατηρείται σταθερή για χρόνο t δείχνεται στο Σχήμα 9. Σε χρόνο $t=0$ αναπτύσσεται μία

αρχική τροπή που μεταβάλλεται με ρυθμό μειούμενο εκθετικά με το χρόνο και τείνει ασυμπτωτικά σε ένα σταθερό ρυθμό μεταβολής της τροπής. Το μοντέλο αυτό είναι το απλούστερο μοντέλο που μπορεί να περιγράψει την πειραματική καμπύλη ερπυσμού του πετρώματος (Σχήμα 1) μέχρι την έναρξη του τριτογενούς ερπυσμού.



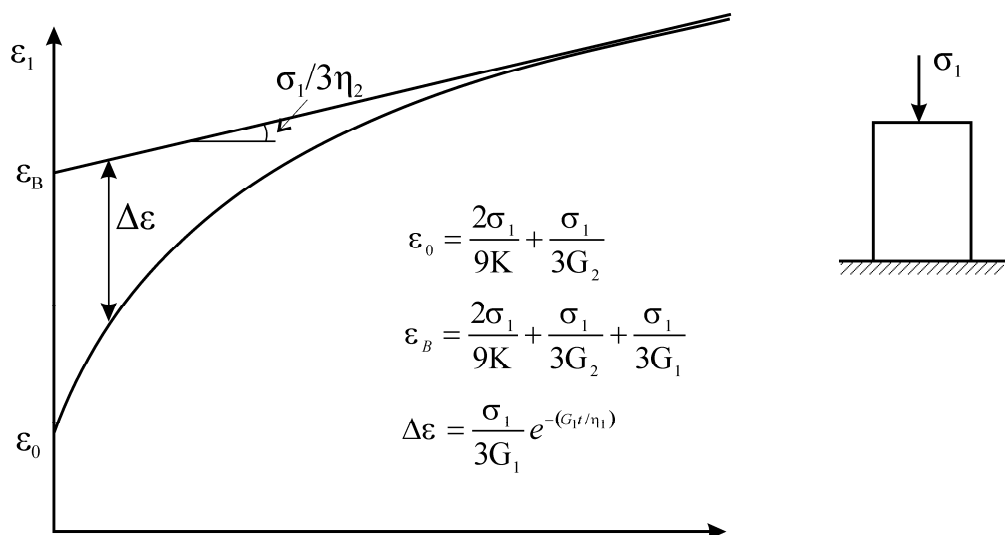
Σχήμα 9. Καμπύλη ερπυσμού μοντέλου Burger.

5 Προσδιορισμός ιξωδοελαστικών σταθερών από δοκιμές

Η απλούστερη διαδικασία για τον προσδιορισμό των ιξωδοελαστικών σταθερών του πετρώματος είναι μέσω δοκιμών ερπυσμού σε μονοαξονική θλίψη κυλινδρικών δοκιμίων για παρατεταμένο χρονικό διάστημα. Η διαδικασία αυτή απαιτεί την εφαρμογή σταθερής τάσης με σταθερή θερμοκρασία και υγρασία σε όλη τη διάρκεια της δοκιμής, που μπορεί να είναι ώρες, μέρες, εβδομάδες ή περισσότερο. Το φορτίο μπορεί να εφαρμόζεται με μηχανικά ή υδραυλικά συστήματα φόρτισης. Απαιτείται προσεκτικός σχεδιασμός της δοκιμής που να εξασφαλίζει τυχόν απαιτούμενη διόρθωση του επιβαλλόμενου φορτίου λόγω μεταβολών της διαμέτρου του δοκιμίου (που θα μπορούσε να οδηγήσει σε μεταβολές της εφαρμοζόμενης τάσης). Η διαδικασία μπορεί να εκτελεσθεί σύμφωνα με το πρότυπο ASTM D 4341-03. Η σχέση αξονικής τροπής με το χρόνο για το μοντέλο Burger σε ένα υλικό που υποβάλλεται σε σταθερή αξονική τάση σ_1 είναι (Goodman, 1989):

$$\varepsilon_1(t) = \frac{2\sigma_1}{9K} + \frac{\sigma_1}{3G_2} + \frac{\sigma_1}{3G_1} \left(1 - e^{-(G_1 t / \eta_1)}\right) + \frac{\sigma_1}{3\eta_2} t \quad (8)$$

όπου $K = E/[3(1-2\nu)]$ είναι το μέτρο συστολής και η_1 , η_2 , G_1 και G_2 ιδιότητες του πετρώματος που προσδιορίζονται από τις εργαστηριακές δοκιμές. Στο Σχήμα 10 δίνεται το διάγραμμα της αξονικής τροπής ε_1 συναρτήσει του χρόνου σύμφωνα με την προηγούμενη εξίσωση.



Σχήμα 10. Καμπύλη ερπυσμού κατά τη μονοαξονική θλίψη πετρώματος που συμπεριφέρεται σύμφωνα με το μοντέλο Burger.

Για χρόνο $t=0$ το αποτεμνόμενο τμήμα στον άξονα των τροπών είναι:

$$\varepsilon_0 = \frac{2\sigma_1}{9K} + \frac{\sigma_1}{3G_2} \quad (9)$$

Σε χρόνο $t \rightarrow \infty$ η τροπή τείνει ασυμπτωτικά στην ευθεία με αποτεμνόμενο τμήμα στον άξονα των τροπών ε_B ίσο με:

$$\varepsilon_B = \frac{2\sigma_1}{9K} + \frac{\sigma_1}{3G_2} + \frac{\sigma_1}{3G_1} \quad (10)$$

και κλίση $\sigma_1/3\eta_2$. Η διαφορά $\Delta\varepsilon$ μεταξύ της καμπύλης ερπυσμού και της τροπής σε χρόνο t είναι:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_B + \frac{\sigma_1}{3\eta_2} t - \varepsilon_1(t) = \left[\left(\frac{2\sigma_1}{9K} + \frac{\sigma_1}{3G_2} + \frac{\sigma_1}{3G_1} \right) + \frac{\sigma_1}{3\eta_2} t \right] - \left[\frac{2\sigma_1}{9K} + \frac{\sigma_1}{3G_2} + \frac{\sigma_1}{3G_1} (1 - e^{-(G_1 t / \eta_1)}) + \frac{\sigma_1}{3\eta_2} t \right] \Rightarrow$$

$$\Delta\varepsilon = \frac{\sigma_1}{3G_1} e^{-(G_1 t / \eta_1)} \quad (11)$$

Λογαριθμίζοντας προκύπτει:

$$\ln(\Delta\varepsilon) = \ln\left(\frac{\sigma_1}{3G_1}\right) - \frac{G_1}{\eta_1}t \quad (12)$$

Η παραπάνω σχέση σχεδιάζεται σε ημιλογαριθμικούς άξονες ως ευθεία γραμμή, από την οποία μπορούν να υπολογισθούν τα G_1 και η_1 , υπολογίζοντας το αποτεμονόμενο τμήμα ίσο με $\sigma_1/3G_1$ και την κλίση G_1/η_1 . Αν ταυτόχρονα με τις αξονικές τροπές ε_1 καταγράφονται και διαμετρικές ε_3 , η ογκομετρική τροπή υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3 \quad (13)$$

Η μέση τάση για το δεδομένο εντατικό πεδίο είναι:

$$\sigma_{mean} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 0 + 0) = \frac{\sigma_1}{3}$$

Το μέτρο διόγκωσης του πετρώματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\sigma_{mean}}{K} = \frac{\sigma_1}{3K}$$

Από όπου προκύπτει:

$$K = \frac{\sigma_1}{3(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_3)} \quad (14)$$

και

$$\varepsilon_1 = -2\varepsilon_3 + \frac{\sigma_1}{3K} \quad (15)$$

Τέλος, για $t=0$ η αξονική τροπή $\varepsilon_1(0)$ είναι:

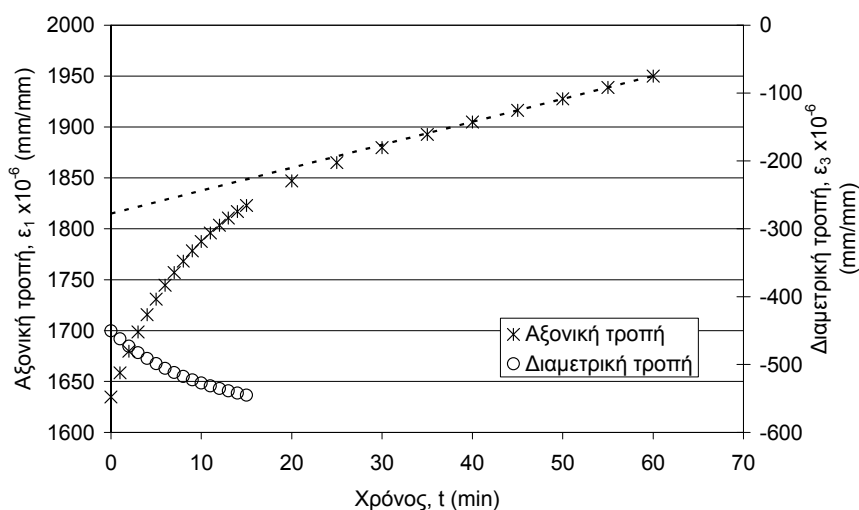
$$\varepsilon_1(0) = \frac{2\sigma_1}{9K} + \frac{\sigma_1}{3G_2} \quad (16)$$

από όπου μπορεί να υπολογισθεί το G_2 σύμφωνα με τη σχέση:

$$G_2 = \frac{1}{\frac{3\varepsilon_1(0)}{\sigma_1} - \frac{2}{3K}} \quad (17)$$

Παράδειγμα

Στο Σχήμα 11 δίνεται η μεταβολή σε συνάρτηση με το χρόνο της αξονικής ε_1 και διαμετρικής ε_3 τροπής κυλινδρικού δοκιμίου πετρώματος που υποβάλλεται σε μονοαξονική θλίψη με $\sigma_1=55$ MPa.



Σχήμα 11. Μεταβολή της αξονικής και διαμετρικής τροπής σε συνάρτηση με το χρόνο.

Για τον υπολογισμό των παραμέτρων του μοντέλου Burger με $\sigma_1=55$ MPa φέρεται αρχικά ευθεία γραμμή ασυμπτωτικά στην καμπύλη της αξονικής τροπής όπως στο Σχήμα 11. Η ευθεία αυτή έχει:

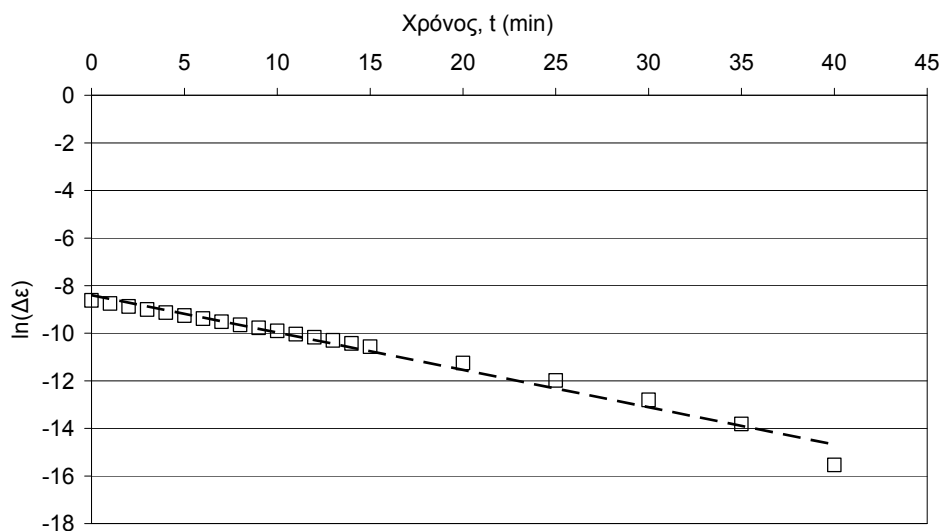
αποτεμονόμενο τμήμα $\varepsilon_B=1815 \times 10^{-6}$ mm/mm

κλίση $\sigma_1/3\eta_2 = 2.25 \times 10^{-6}$ (mm/mm)/min

από όπου προκύπτει:

$$\frac{\sigma_1}{3\eta_2} = 2.25 \times 10^{-6} \Rightarrow \eta_2 = \frac{\sigma_1}{3 \times 2.25 \times 10^{-6}} = \frac{55}{3 \times 2.25 \times 10^{-6}} = 8.15 \times 10^6 \text{ MPa} \cdot \text{min}$$

Υπολογίζεται το $\Delta\varepsilon$ σε διάφορους χρόνους t. Η μεταβολή του $\Delta\varepsilon$ με το χρόνο δίνεται στο Σχήμα 12.



Σχήμα 12. Μεταβολή του $\Delta\epsilon$ σε συνάρτηση με το χρόνο.

Για $t=0$,

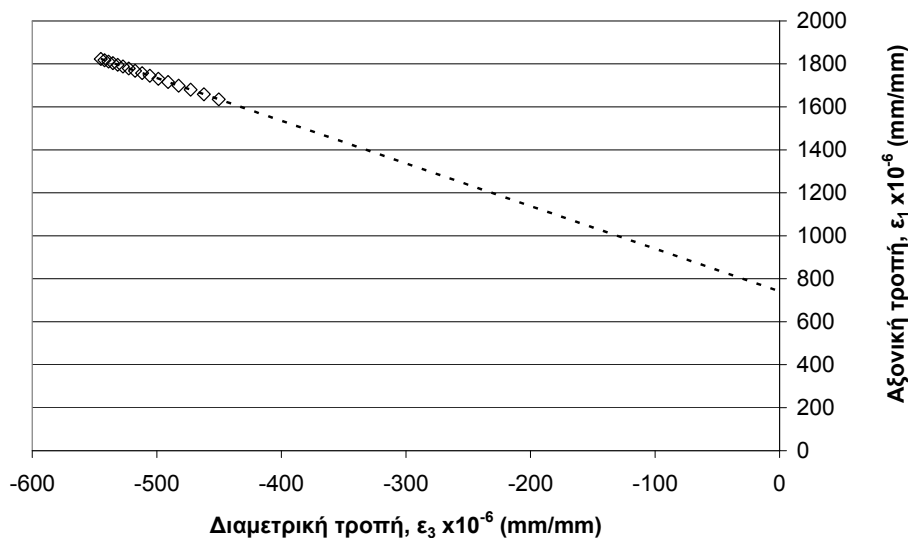
$$\Delta\epsilon = \frac{\sigma_1}{3G_1} = 180 \times 10^{-6} \Rightarrow G_1 = \frac{\sigma_1}{3\Delta\epsilon} = \frac{55}{3 \times 180 \times 10^{-6}} = 101.7 \times 10^3 \text{ MPa} = 101.7 \text{ GPa}$$

Με βέλτιστη προσαρμογή ευθείας στα δεδομένα του διαγράμματος $\ln(\Delta\epsilon)$ - t (Σχήμα 12) προκύπτει ευθεία με κλίση $G_1/\eta_1 = 0.1569$, από όπου

$$\eta_1 = 101.7 / 0.1569 = 648 \text{ GPa}\cdot\text{min}$$

Για τον υπολογισμό του μέτρου διόγκωσης K σχεδιάζεται το διάγραμμα αξονικής τροπής συναρτήσει της διαμετρικής τροπής που δίνεται στο Σχήμα 13. με βέλτιστη προσαρμογή ευθείας στα δεδομένα του διαγράμματος προκύπτει ευθεία με αποτεμνόμενο τμήμα στον άξονα των ϵ_1 ίσο με 740×10^{-6} mm/mm.

$$\text{Συνεπώς: } \frac{\sigma_1}{3K} = 740 \times 10^{-6} \Rightarrow K = \frac{\sigma_1}{3 \times 740 \times 10^{-6}} = 24.8 \text{ GPa}$$

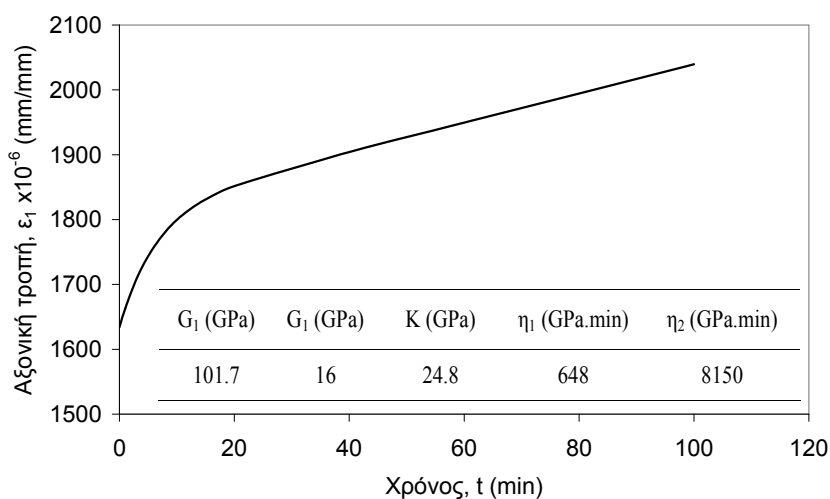


Σχήμα 13. Μεταβολή της ε_1 συναρτήσει της ε_3 .

Τέλος, το G_2 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$G_2 = \frac{1}{\frac{3\varepsilon_1(0)}{\sigma_1} - \frac{2}{3K}} = \frac{1}{\frac{3 \times 1635 \times 10^{-6}}{55 \times 10^{-3}} - \frac{2}{3 \times 24.8}} = 16 \text{ GPa}$$

Οι παράμετροι του πετρώματος σύμφωνα με το ιξωδοελαστικό μοντέλο Burger και η καμπύλη ερπυσμού που προκύπτει από την εφαρμογή του δίνονται στο Σχήμα 14.



Σχήμα 14. Καμπύλη ερπυσμού που προκύπτει σύμφωνα με το μοντέλο Burger χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους που υπολογίστηκαν από τα πειραματικά δεδομένα.

Βιβλιογραφία

- Andrade, E. N. (1910), The viscous flow in metals, and allied phenomena, Proc. R. Soc. A, 84, 1–12.
- Atkinson, B. (1991), Fracture mechanics of rock, Geology series, Academic press.
- ASTM (2002), Standard Test Method for Determining In Situ Creep Characteristics of Rock, ASTM Designation: D 4553 – 02.
- ASTM (2003), Standard Test Method for Creep of Hard Rock Core Specimens in Uniaxial Compression at Ambient or Elevated Temperature, ASTM Designation: D 4341 – 03.
- Carter, N. L., Horseman, S. T., Russell, J. E. and Handin, J. (1993), Rheology of rocksalt. Structural Geology 15(10): 1257-1272
- Dusseault, M.B., Fordham, C.J., (1993), Time-dependent behaviour of rocks. In: Hudson, J.A. (Ed.), Comprehensive Rock Engineering Principles, Practice & Projects, vol. 3. Oxford, pp. 119–145.
- Goodman R.E. (1989). Introduction to Rock Mechanics, 2nd Edition, Wiley.
- Horseman, S.T., Russel, J.E., Hardin, J. and Carter, N.L., (1993), Slow experimental deformation of Avery Island Salt. In: H. Kakahana, H.R. Hardy Jr., T. Hoshi and K. Toyokura (Editors), Proc. Seventh Int. Symp. on Salt, April 6-9 1992, Kyoto, Japan. Elsevier, Amsterdam, Vol. I, pp. 67-74.
- Hudson J.A. and Harrison J.P. (1997), ‘Engineering Rock Mechanics. An Introduction to the Principles’. Pergamon.
- Kranz R., (1979), Crack Growth and Development During Creep of Barre Granite, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. Vol. 16, pp. 23-35.
- Lockner, D. (1993), Room temperature creep in saturated granite, J. Geophys. Res., 98, 475–487.
- Miuraa K., Okui Y. and Horiic H. (2003), Micromechanics-based prediction of creep failure of hard rock for long-term safety of high-level radioactive waste disposal system. Mechanics of Materials 35, 3-6, pp. 587-601.
- Szczepanik, Z., Milne, D., Kostakis, K., Eberhardt, E. (2003), Long Term Laboratory Strength Tests in Hard Rock. ISRM 2003–Technology roadmap for rock mechanics, South African Institute of Mining and Metallurgy.
- Scholz, C. (1972), Static fatigue of quartz, J. Geophys. Res., 77(11), 2104–2114.
- Wawersik, W. R. and D. H. Zeuch (1984), Creep and Creep Modeling of Three Domal Salts—A Comprehensive Update, SAND84-0568, Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM.
- Wawersik, W.R. and Zeuch, D.H., (1986), Modeling and mechanistic interpretation of creep of rock salt below 200°C. Tectonophysics 121, pp. 125–15