Κεφάλαιο 4 Θραύση των πετρωμάτων

Η θραύση των πετρωμάτων πραγματοποιείται σε περιοχές του υλικού όπου ούτε συνέχεια, ούτε ομοιομορφία υφίστανται. Οι κλασσικές θεωρίες τάσης και ελαστικότητας, που είναι προϊόντα της ανθρώπινης νοημοσύνης, βασίζονται σε τέτοιες ισχυρά εξιδανικευμένες εικόνες των συνεχών και ομοιογενών στερεών σωμάτων. Είναι μάκροθεωρίες και δεν ασχολούνται με τις δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των μικρών σωματιδίων που συγκροτούν το στερεό σώμα.

1 Πρώτες θεωρίες του φαινομένου της αστοχίας

To1678, o Hooke (Timoshenko, 1953) διατύπωσε τη θεωρία, ότι η παραμόρφωση των μετάλλων είναι γραμμικά ανάλογη της φόρτισης. Τούτο σηματοδοτεί τη θεωρία της γραμμικής ελαστικότητας. To 1808, o Thomas Young, πρόσθεσε στη θεωρία του Hooke ότι η αναλογία είναι σταθερή για κάθε στερεό ελαστικό υλικό και ανεξάρτητη της διατομής του φορτιζόμενου δοκιμίου. Κατ΄ αυτόν τον τρόπο ορίσθηκε το μέτρο ελαστικότητας Ε (μέτρο Young). To 1822, o Cauchy, θεμελίωσε τη σύγχρονη τασική θεωρία. Καθόρισε την ιδέα της τάσης ως της έντασης μιας εσωτερικής δύναμης. Τέλος, o 1829, Poisson, διατύπωσε ότι κατά τη μονοαξονική φόρτιση οι εγκάρσιες παραμορφώσεις δεν σχετίζονται με εσωτερικές εγκάρσιες τάσεις, καθόσον λείπουν εξωτερικές φορτίσεις κατά την εγκάρσια έννοια. Κατ΄ αυτόν τον τρόπο όρισε το λόγο (Poisson) ν της εγκάρσιας παραμόρφωσης προς την αξονική παραμόρφωση, λόγω μονοαξονικής φόρτισης. Κατ΄ αυτόν τον τρόπο μορφώθηκε η θεωρία της ελαστικότητας (βλ. Timoshenko and Goodier, 1970).

Από το 1773 ο Coulomb διατύπωσε τη σχέση μεταξύ εξωτερικού φορτίου και εσωτερικής αστοχίας. Αυτή κατάληξε στη θεωρία της διατμητικής θραύσης που ερμηνεύει την αστοχία κάποιων πετρωμάτων, και ειδικά των μη συνεκτικών κοκκωδών μαζών. Μέχρι τελευταία ήταν γενικά αποδεκτό ότι όλα τα πετρώματα και άλλα ψαθυρά υλικά που υφίστανται μονοαξονική θλίψη θραύονται μόνο λόξα σε διάτμηση. Η θεωρία αυτή εξακολουθεί να ερμηνεύει την αστοχία κάποιων πετρωμάτων πετρωμάτων και των κοκκωδών υλικών. Το 1826, ο Navier διατύπωσε ότι μία κατασκευή εξασφαλίζεται έναντι αστοχίας, εφόσον κατά την φόρτισή της δεν ξεπερνιέται η ελαστικότητά της και δεν παρουσιάζονται μόνομας στη μελέτη της ελαστικής συμπεριφοράς των κατασκευών. Όμως αυτό αποτελεί παγίδα στην περίπτωση των ψαθυρών υλικών, που αστοχούν πριν προλάβουν να μεταβιβάσουν φορτία σε γειτονικές περιοχές.

Το διάστημα 1900-14 ο Mohr (1914) διατύπωσε την τέταρτη υπόθεσή του με τη βοήθεια του διαγράμματος με τους ομώνυμους κύκλους. Η θραύση των πετρωμάτων επέρχεται εφόσον οι τάσεις ξεπεράσουν μία καμπύλη περιβάλλουσα των κύκλων, που είναι χαρακτηριστική για κάθε πέτρωμα (βλ. π.χ. Τσουτρέλης, 1985). Η θραύση θα ήταν

κεκλιμένη ως προς τη μέγιστη κύρια τάση υπό γωνία που ορίζονταν από τον κύκλο θραύσης και την επαφή του με την περιβάλλουσα. Ο von Karman (1911; 1912) (Σχήμα 2) επιβεβαίωσε τις ιδέες του Mohr. Εν τούτοις, πειράματα από άλλους ερευνητές, όπως των Voigt (1894) (Σχήμα 1), Prandtl, Foppl (1900), Bridgman (1912), υπεδείκνυαν θραύσεις που δεν πραγματοποιούνταν υπό γωνία προς τις κύριες τάσεις. Τα πειράματα αυτά θεωρούντο ως εξαιρέσεις του κανόνα.





Σχήμα 1. Πείραμα του Voigt σε κυλινδρικά δοκίμια ασθενούς ψαθυρού τεχνητού υλικού, υποκείμενου σε υψηλή πλευρική πίεση. Εμφανής εφελκυστική θραύση.

Σχήμα 2. Τριαζονικές δοκιμές του von Karman από τις οποίες φαίνεται η πλαστική συμπεριφορά του μάρμαρου της Carrara. Οι εμφανείς γραμμές ολίσθησης επιβεβαιώνουν την τέταρτη υπόθεση του Mohr.

2 Θεωρίες θραύσης του Griffith

2.1 Θραύση υλικών που υπόκεινται σε εφελκυσμό

Η πρώτη (Ι) θεωρία του Griffith (1920), αποτελεί σταθμό της ιστορίας της έρευνας στη θραύση των υλικών. Τα πειράματα του γίνανε σε υάλινα δοκίμια. Με την προσομοίωση του σχήματος της ρωγμής με έλλειψη, έδωσε τη δυνατότητα μαθηματικής επεξεργασίας του πειραματικά επιβεβαιωμένου φαινομένου της συγκέντρωσης των τάσεων, λόγω μονοαξονικού εφελκυσμού (Σχήμα 3). Έτσι θεμελιώθηκε η νέα επιστήμη της θραυστομηχανικής. Αυτή ασχολείται με φαινόμενα θραύσης κυρίως στα μέταλλα, και σκοπός της είναι η εξασφάλιση των κατασκευών.



Σχήμα 3. Πρώτη σύλληψη της ψαθυρής θραύσης από τον Griffith. Το σχήμα της τριχοειδούς ρωγμής προσομοιώνεται με έλλειψη. Υψηλή συγκέντρωση τάσεων συμβαίνει στα άκρα μιας ισορροπούσας ρωγμής. Στο άκρο της έλλειψης η ελάχιστη δυνατή ακτίνα ρ, διαμέτρου περίπου ενός ατόμου, προκαλεί την υψηλότερη δυνατή συγκέντρωση τάσεων.

ΕΜΠ, ΔΠΜΣ/ΣΚΥΕ ΑΙ Σοφιανός & ΠΠ Νομικός

2.2 Θραύση υλικών που υπόκεινται σε θλίψη

Η δεύτερη (II) θεωρία του Griffith (1924), προσπάθησε να εξηγήσει τη θραύση των στερεών υλικών σε θλίψη και τη δημιουργία κεκλιμένης ζώνης διατμητικής θραύσης, που παρατηρείται συχνά κατά τη θραύση κυλινδρικών δοκιμίων, με βάση τις αρχές της απλής ψαθυρής θραύσης.

2.2.1 Θραύση στα άκρα ελλειπτικής ρωγμής

Παρήγε το δικό του κριτήριο αστοχίας, για διδιάστατο εντατικό πεδίο σ₁, σ₂, στο άπειρο, μελετώντας λεπτομερώς τη μεταβολή της εφαπτομενικής τάσης σ_t στην επιφάνεια μιας ελλειπτικής ρωγμής (Jaeger and Cook, 1976) με ημιάξονες:

$$a = c \cdot \cosh \xi_0, b = c \cdot \sinh \xi_0 \tag{1}$$

 $\cosh \xi = 0.5(e^{\xi} + e^{-\xi}), \sinh \xi = 0.5(e^{\xi} - e^{-\xi})$ (2)

όπου ξο έχει μικρή τιμή προκειμένου να αναπαριστά ρωγμή μικρού πάχους.



Σχήμα 4. Ελλειπτική ρωγμή πετρώματος υφιστάμενου διαξονικό εντατικό πεδίο.

 $\Sigma to επίπεδο x, y η επιφάνεια της ρωγμής ορίζεται από τις σχέσεις:$ x=c cosh ξ₀ · cos η, y=c sinh ξ₀ · sin η (3)

Οι κύριες τάσεις σ_1 , σ_2 του φυσικού εντατικού πεδίου (Σχήμα 4) είναι κεκλιμένες κατά γωνία $\pi/2 + \beta$ και β ως προς τον άξονα των x ($0 \le \beta \le \pi/2$). Οι συνιστώσες στους άξονες της ρωγμής δίνονται από τις σχέσεις:

$$\sigma_{x} = \sigma_{1} \cdot \sin^{2} \beta + \sigma_{2} \cdot \cos^{2} \beta, \ \sigma_{y} = \sigma_{1} \cdot \cos^{2} \beta + \sigma_{2} \cdot \sin^{2} \beta, \qquad (4)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{1}{2}(\sigma_{1} - \sigma_{2}) \cdot \sin 2\beta \qquad (5)$$

Η εφαπτομενική τάση σt στην επιφάνεια της ρωγμής δίνεται από την:

$$\sigma_{t} = \frac{(\sigma_{1} + \sigma_{2})\sinh 2\xi_{0} + (\sigma_{1} - \sigma_{2})[\exp(2\xi_{0})\cos 2(\beta - n) - \cos 2\beta]}{\cosh 2\xi_{0} - \cos 2n}$$
(6)

ή σε συνιστώσες x, y:

$$\sigma_{t} = \frac{2\sigma_{y} \sinh 2\xi_{0} + 2\tau_{xy} \left[(1 + \sinh 2\xi_{0}) \cot 2\beta - \exp(2\xi_{0}) \cos 2(\beta - n) - \cos 2\beta \right]}{\cosh 2\xi_{0} - \cos 2n}$$
(7)

Για μικρές τιμές του ξ₀ (πεπλατυσμένη έλλειψη) και του η (θέση πλησίον της κορυφής Α), η παραπάνω σχέση μετατρέπεται σε:

$$\sigma_{t} = \frac{2(\xi_{0}\sigma_{y} - n\tau_{xy})}{\xi_{0}^{2} + n^{2}}$$
(8)

Οι ακραίες τιμές της τάσης αυτής για μεταβολή της παραμέτρου η επιτυγχάνονται για $d\sigma_t/d\eta=0$. Apa,

$$n^{2}\tau_{xy} - 2n\xi_{0}\sigma_{y} - \xi_{0}^{2}\tau_{xy} = 0 \implies n = \xi_{0} \left[\sigma_{y} \pm \sqrt{\sigma_{y}^{2} + \tau_{xy}^{2}}\right] / \tau_{xy}$$
(9)

Αντικαθιστώντας την τιμή του η υπολογίζεται η τιμή του σ_t:

$$\xi_0 \sigma_t = \sigma_y \mp \sqrt{\tau_{xy}^2 + \sigma_y^2} \tag{10}$$

Η ακρότατη εφελκυστική τιμή αντιστοιχεί στο αρνητικό πρόσημο της σχέσης. Άρα η μέγιστη εφελκυστική τάση στην επιφάνεια της ρωγμής δίνεται από τη σχέση:

$$\xi_{0}\sigma_{e} = \sigma_{y} - \sqrt{\tau_{xy}^{2} + \sigma_{y}^{2}} = (\sigma_{1} \cdot \cos^{2}\beta + \sigma_{2} \cdot \sin^{2}\beta) - \sqrt{\sigma_{1}^{2} \cos^{2}\beta + \sigma_{2}^{2} \sin^{2}\beta}$$
(11)

που συμβαίνει όταν:

$$n/\xi_{0} = \left[\sigma_{y} + \sqrt{\sigma_{y}^{2} + \tau_{xy}^{2}}\right]/\tau_{xy} = 2 \cdot \frac{(\sigma_{1}\cos^{2}\beta + \sigma_{2}\sin^{2}\beta) + \sqrt{\sigma_{1}^{2}\cos^{2}\beta + \sigma_{2}^{2}\sin^{2}\beta}}{(\sigma_{2} - \sigma_{1})\sin 2\beta}$$
(12)

Η δυσμενέστερη διεύθυνση β των κυρίων τάσεων προσδιορίζεται μετά από παραγώγιση της (10).

`

$$\xi_{0} \frac{d\sigma_{e}}{d\beta} = \left\{ 2\sigma_{2} + 2\sigma_{1} + \frac{\sigma_{1}^{2} - \sigma_{2}^{2}}{(\sigma_{1}^{2}\cos^{2}\beta + \sigma_{2}^{2}\sin^{2}\beta)^{\frac{1}{2}}} \right\} \sin\beta\cos\beta$$
(13)

Η σχέση μηδενίζεται για β=0, για β=π/2 και για: $\cos 2\beta = -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)/(\sigma_1 + \sigma_2) > -1$

Η ανισότητα επιβάλλει:

ΕΜΠ, ΔΠΜΣ/ΣΚΥΕ ΑΙ Σοφιανός & ΠΠ Νομικός Προχωρημένη Μηχανική Πετρωμάτων Οκτώβριος 2008

Κεφάλαιο 4 A4_Fracture.docx

(14)

$$\sigma_1 + 3\sigma_2 > 0 \tag{15}$$

Με χρήση της (14) στην (11) προκύπτει:

$$\sigma_{e} = -\frac{(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2}}{4(\sigma_{1} + \sigma_{2})\xi_{0}}$$
(16)

Για $\beta=0$, από τη (11) συνεπάγεται ότι θα πρέπει να είναι

$$\sigma_e = 2\sigma_1 / \xi_0 \ (\sigma_1 εφελκυστική) \tag{17a}$$

Για β= $\pi/2$, από την (11) συνεπάγεται ότι θα πρέπει να είναι

$$\sigma_e = 2\sigma_2 / \xi_0 \ (\sigma_2 εφελκυστική) \tag{17β}$$

Η σχέση (17α) δημιουργεί μικρότερες τάσεις από την (17β) και επομένως δεν είναι κρίσιμη. Στο πείραμα μονοαξονικού εφελκυσμού η τάση $\sigma_1=0$, $\sigma_2=-T_o$, και επειδή η (15) δεν ισχύει, κρίσιμη είναι η (17β):

$$\sigma_e = -2T_o / \xi_0 \tag{17\gamma}$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση αυτή η (16) γίνεται:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 8T_0(\sigma_1 + \sigma_2) = 0; \sigma_1 + 3\sigma_2 \ge 0$$
(18)

που μαζί με την (17β), που γίνεται (μετά από αντικατάσταση από την (17γ)):

$$\sigma_2 = -T_0; \sigma_1 + 3\sigma_2 \le 0 \tag{19}$$

συνιστούν το κριτήριο θραύσης του Griffith.

Στην περίπτωση κεκλιμένης ρωγμής, η θέση μέγιστης εφελκυστικής τάσης αντιστοιχεί, σύμφωνα με την (12), σε αρνητική τιμή της η. Η κλίση δ της εφαπτομένης στην έλλειψη δίνεται από τη σχέση:

$$\tan \delta = \frac{dy}{dx} = -\frac{\xi_0}{n} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)\sin 2\beta}{2\left[\sigma_1 \cos^2 \beta + \sigma_2 \sin^2 \beta + (\sigma_1^2 \cos^2 \beta + \sigma_2^2 \sin^2 \beta)^{\frac{1}{2}}\right]}$$
(20)

όπου,

dy=-c sinh $\xi_0 \cos \eta \, d\eta$, dx=c cosh $\xi_0 \sin \eta \, d\eta$ => dy/dx=-(sinh $\xi_0/\cosh \xi_0)(\cos \eta/\sin \eta)$ = -tanh $\xi_0/\tan \eta$)=- ξ_0/η

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (14) για τη γωνία β, κατά τη θραύση:

$$\delta = 2\beta - \frac{1}{2}\pi\tag{21}$$

Για μονοαξονική θλίψη, προκύπτει από τη (14) ότι β =60° οπότε από την (21) δ =30°. Τούτο έρχεται σε αντίθεση με πολλά πειραματικά αποτελέσματα μονοαξονικής θλίψης.

2.2.2 Θραύση ελλειπτικής ρωγμής με εσωτερική υδροστατική πίεση

Εφόσον υφίσταται υδροστατική πίεση *p* μέσα στη ρωγμή, τότε η εφελκυστική τάση στην παρειά της έλλειψης δίνεται από την:

$$\sigma_{t} = p + \frac{(\sigma_{1} + \sigma_{2} - 2p)\sinh 2\xi_{0} + (\sigma_{1} - \sigma_{2})[\exp(2\xi_{0})\cos 2(\beta - n) - \cos 2\beta]}{\cosh 2\xi_{0} - \cos 2n}$$
(22)

Η ουσιαστική αλλαγή είναι ότι οι σ_1 και σ_2 αντικαθίστανται από τις ενεργές τάσεις σ_1 -p και σ_2 -p. Επομένως η (16) αντικαθίσταται από την:

$$\sigma_{e} = p - \frac{(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2}}{4(\sigma_{1} + \sigma_{2} - 2p)\xi_{0}}; \ \sigma_{1} + 3\sigma_{2} > 4p$$
(23)

Ο συνδυασμός αυτής με την (17γ) δίνει:

 $(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 8T_0(\sigma_1 + \sigma_2 - 2p) - 4p\xi_0(\sigma_1 + \sigma_2 - 2p) = 0$

Επειδή η τιμή του ξ_0 είναι μικρή, ο τελευταίος όρος δύναται να απαλειφθεί και το κριτήριο αστοχίας γίνεται:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 8T_0(\sigma_1 + \sigma_2 - 2p) = 0; \ \sigma_1 + 3\sigma_2 > 4p$$
(24)

$$\sigma_2 - p + T_0 = 0; \ \sigma_1 + 3\sigma_2 < 4p \tag{25}$$

 $\acute{\eta}$ se óroug energén tásewn s'_1 kai s'_2 :

$$(\sigma_1' - \sigma_2')^2 - 8T_0(\sigma_1' + \sigma_2') = 0; \ \sigma_1' + 3\sigma_2' > 0$$

$$\sigma_2' + T_0 = 0; \ \sigma_1' + 3\sigma_2' < 0$$
(26)
(27)

2.3 Τροποποιημένη θεωρία του Griffith

Η παραπάνω θεωρία δεν λαμβάνει υπόψή της ότι υπό θλιπτικές συνθήκες η ρωγμή δύναται να κλείσει. Οι ρωγμές όμως δύναται να συμπιέζονται και τα χείλη τους να ολισθαίνουν μεταξύ τους. Οι διατμητικές τάσεις που δημιουργούνται τότε, παίζουν ρόλο στη δημιουργία νέων ρωγμών.

2.3.1 Το κλείσιμο της ρωγμής

Η συνθήκη για το κλείσιμο της ρωγμής δίνεται από την:

$$\sigma_c = \sigma_1 \cdot \cos^2 \beta + \sigma_2 \cdot \sin^2 \beta = 4G\xi_0/(\kappa + 1)$$
⁽²⁸⁾

όπου σ_c η ορθή τάση του εντατικού πεδίου στη διεύθυνση y (κάθετα στη ρωγμή). Μετά το κλείσιμο της ρωγμής, περαιτέρω μετατόπιση επιτυγχάνεται με ολίσθηση κατά μήκος της κλειστής επιφάνειας, που θα ανθίσταται με δυνάμεις τριβής (McClintock and Walsh, 1962). Εφόσον η τάση σ_c του πεδίου αρκεί για το κλείσιμο της ρωγμής, τότε η υπόλοιπη τάση σ_n θα δρα στην κλεισμένη επιφάνεια της ρωγμής, και μία διατμητική τάση τ_f τριβής θα ανθίσταται στην ολίσθηση κατά μήκος της επιφάνειας.

$\sigma_n = \sigma_y - \sigma_c$	(29α)
$\tau_f = \mu \cdot \sigma_n$	(29β)



Σχήμα 5. Επαλληλία εντατικών πεδίων σε πέτρωμα περιέχον ελλειπτική ρωγμή.

2.3.2 Μέγιστη τάση στα άκρα της ρωγμής

Αν προσθέσουμε ένα ομοιόμορφο εντατικό πεδίο $-\sigma_n$ και τ_f (με αντίθετη φορά), τότε το φυσικό εντατικό πεδίο μετατρέπεται (Σχήμα 5) σε σ_y - σ_n (κατά τη y), τ_{xy} + τ_f , σ_x , που αφήνουν την επιφάνεια της ρωγμής χωρίς ορθές και διατμητικές τάσεις. Επειδή οι τάσεις λόγω του ομοιόμορφου πεδίου είναι πολύ μικρές σε σχέση με αυτές στο άκρο της ρωγμής, οι τελευταίες μπορούν να θεωρηθούν ότι δεν επηρεάζονται από την προσθήκη του ομοιόμορφου εντατικού πεδίου. Άρα, η (8) μετατρέπεται σε:

$$\sigma_{t} = \frac{2\xi_{0}\sigma_{c} - 2n[\tau_{xy} + \mu(\sigma_{y} - \sigma_{c})]}{\xi_{0}^{2} + n^{2}} = \frac{(2\xi_{0}\sigma_{c} - n\sigma^{*})}{\xi_{0}^{2} + n^{2}}$$
(30)

όπου,

$$\sigma^* = (\sigma_1 - \sigma_2) [\sin 2\beta - \mu \cos 2\beta] - \mu (\sigma_1 + \sigma_2 - 2\sigma_c)$$
(31)

Παραγωγίζοντας και πάλι ως προς η, βρίσκεται ότι η σt έχει ακρότατες τιμές για:

$$n/\xi_{0} = \left[-2\sigma_{c} \pm (4\sigma_{c}^{2} + \sigma^{*2})^{\frac{1}{2}} \right] / \sigma^{*}$$
(32)

και αντικαθιστώντας την τιμή του η στην (30):

$$\sigma_e = \left[2\sigma_c \pm \left(4\sigma_c^2 + \sigma^{*2}\right)^{\frac{1}{2}} \right] / 2\xi_0$$
(33)

Η αρνητική τιμή λαμβάνεται μόνον υπόψη, προκειμένου να υπάρχει εφελκυστική τιμή της τάσης. Η δυσμενέστερη κλίση του εντατικού πεδίου συμβαίνει για dσ*/dβ=0, ήτοι για:

$$\tan 2\beta = -1/\mu \tag{34}$$

Χρησιμοποιώντας τις τριγωνομετρικές ταυτότητες προκύπτει:

$$\sin 2\beta = (\mu^2 + 1)^{-\frac{1}{2}}, \cos 2\beta = -\mu(\mu^2 + 1)^{-\frac{1}{2}}$$
(35)

Το τροποποιημένο κριτήριο αστοχίας

Εξισώνοντας όπως και προηγουμένως τη σ_e με το $-T_o/\xi_o$, και αντικαθιστώντας στην (33), προκύπτει:

$$(4\sigma_{c}^{2} + \sigma^{*2})^{\overline{2}} - 2\sigma_{c} = 2T_{0}, \Rightarrow \sigma^{*} = 4T_{0}(1 + \sigma_{c}/T_{0})^{\overline{2}}$$

Αντικαθιστώντας την (35) στην (31), προκύπτει:

$$\sigma_{1}\left[(\mu^{2} + 1)^{\frac{1}{2}} - \mu\right] - \sigma_{2}\left[(\mu^{2} + 1)^{\frac{1}{2}} + \mu\right] = 4T_{0}\left[1 + \sigma_{c}/T_{0}\right]^{\frac{1}{2}} - 2\mu\sigma_{c}$$
(36)

1

Και εφόσον η σ_c, μπορεί να αγνοηθεί, προκύπτει:

1

$$\sigma_{1}\left[\left(\mu^{2}+1\right)^{\frac{1}{2}}-\mu\right]-\sigma_{2}\left[\left(\mu^{2}+1\right)^{\frac{1}{2}}+\mu\right]=4T_{0}$$
(37)

που είναι το παλαιό γραμμικό κριτήριο του Coulomb.

Από την (36) προκύπτει ότι εφόσον όλες οι ρωγμές είναι κλεισμένες, τότε υφίσταται γραμμική σχέση μεταξύ σ₁ και σ₂. Εφόσον όλες οι ρωγμές είναι ανοικτές, τότε ισχύει η θεωρία του Griffith II. Μεταξύ δεύτερης κατάστασης και πρώτης θα υπάρχει μία ενδιάμεση κατάσταση προσαρμογής.

3 Πειραματικές παρατηρήσεις

3.1 Γραμμώσεις στην επιφάνεια θραύσης

Οι δύο τελευταίες θεωρίες δεν δίνουν εξηγήσεις της διάδοσης των ρωγμών και της διεύθυνσης τους. Η γωνία κλίσης της γραμμής του κριτηρίου ως προς τον άξονα σ₃ δεν δίνει στοιχεία της αιτίας και της διεύθυνσης της θραύσης.

Σημαντικό αποτέλεσμα της έρευνας στην ψαθυρή θραύση, είναι η παρατήρηση των γραμμώσεων που είναι ορατές σε προσπίπτοντα λοξό φωτισμό της επιφάνειας θραύσης (Preston, 1926; Smekal, 1936 a; b; c). Η έναρξη της θραύσης επικεντρώνεται στον πυρήνα R. Η επιφάνεια θραύσης εν συνεχεία παρουσιάζει ένα λείο τμήμα, τον καθρέφτη, μία μεταβατική ζώνη, και μία τραχεία ζώνη με ακτινικά ίχνη ή ορθογωνικές τροχιές. Οι παρατηρήσεις αυτές συμφωνούν απόλυτα με τη θεωρία του Griffith I. Η σχέση μεταξύ γραμμώσεων και ταχύτητας διάδοσης μελετήθηκε επίσης από τον Smekal (1949, 1950). Μετρήσεις της ταχύτητας διάδοσης πραγματοποιήθηκαν από τον Schardin (1959) στο γυαλί και σε πέτρωμα από τον Bieniawski (1967). Η Yoffe (1951) απόδειξε μαθηματικά ότι η μέγιστη ταχύτητα διάδοσης της ρωγμής δεν μπορεί να υπερβαίνει τα 0.6 Mach.

Στα υπόγεια έργα οι συνθήκες που επικρατούν είναι θλιπτικές. Οι παρατηρήσεις των θραύσεων που συμβαίνουν στα σκληρά πετρώματα των υπογείων έργων δεν συμφωνούν με τη διατμητική θεωρία της θραύσης των Mohr-Coulomb. O Labasse (1949; Reeper, 1953) διατύπωσε την άποψη ότι πέραν της λοξής διατμητικής θραύσης, συμβαίνει και θραύση στη διεύθυνση της φόρτισης. Τούτο επιβεβαιώθηκε με σειρά πειραμάτων μονοαξονικής θλίψης σε πυκνά, λεπτοκοκκώδη πετρώματα, όπως ο λιθογραφικός ασβεστόλιθος, ο πυριτόλιθος, οι πυρίτες, καθώς και το γυαλί, στα οποία η θραύση συνέβαινε πάντα στην αξονική διεύθυνση και ποτέ σε λοξή διάτμηση. Οι γραμμώσεις στο επίπεδο θραύσης ήταν πάντα οι ίδιες, και όλα τα χαρακτηριστικά της ψαθυρής εφελκυστικής θραύσης, όπως περιγράφονταν από τον Smekal. Αντίστοιχα πειράματα που εκτελέσθηκαν σε εργαστήριο του τομέα μας, σε διάφορους τύπους μαρμάρων, δώσανε ως επί το πλείστον αξονικές θραύσεις σχισμού.

Η δοκιμή αντιδιαμετρικής θλίψης δίνει θραύσεις σχισμού των δοκιμίων στη διεύθυνση θλίψης. Ο επαγόμενος εφελκυσμός λόγω του επιβαλλόμενου θλιπτικού φορτίου μελετήθηκε με τη βοήθεια της θεωρίας της ελαστικότητας (Wright, 1955) (Σχήμα 6).



Σχήμα 6. Επαγόμενη εφελκυστική θραύση κατά τη βραζιλιανή δοκιμή.

Στο τέλος της δοκιμής το κυλινδρικό δοκίμιο θραύεται κατά γενέτειρα σε δύο ίσα μισά. Η αιτία της θραύσης είναι ο έμμεσα προκαλούμενος εφελκυσμός που οφείλεται σε θλιπτικό φορτίο. Ο εφελκυσμός επιβεβαιώνεται από τις γραμμώσεις στο επίπεδο θραύσης, με τα χαρακτηριστικά της εφελκυστικής ψαθυρής θραύσης.

Οι γραμμώσεις αυτές είναι πανομοιότυπες με αυτές της αξονικής θραύσης σχισμού. Η γράμμωση του επιπέδου θραύσης αποτελεί επιβεβαίωση της θεωρίας του Griffith. Άλλωστε, λόγω της συμμετρικής θέσης του επιπέδου θραύσης δεν υφίσταται διατμητική τάση κατά τη διάδοση της ρωγμής. Οι παρατηρήσεις αυτές οδηγούν στο συμπέρασμα ότι η αξονική θραύση σχισμού είναι μία εφελκυστική θραύση. Στο πείραμα μονοαξονικής θλίψης επίσης δεν δρα εγκάρσια εφελκυστική δύναμη. Άρα, η εφελκυστική τάση δημιουργείται έμμεσα, με επαγωγή.

Η θραύση αξονικού σχισμού εξηγήθηκε από τους Fairhurst and Cook (1966), με βάση τη θεωρία Griffith. Επέκταση (βλ. π.χ. Denkhaus, 1958; Barenblatt, 1962; Brace and Bombolakis, 1963; Corten and Park, 1963; Goodier, 1968; Liebowitz, 1968; Gramberg, 1989; κ.α) της θεώρησης της ελλειπτικής ρωγμής αποτελεί η ελλειπτική ρωγμή με εντομή. Περαιτέρω επέκταση αποτελεί η ελλειπτική ρωγμή με εντομή και μεταβλητό λόγο αξόνων. Συμπληρωματικά, η κορυφή δύναται να προσομοιώνεται ως σειρά ατομικών σημείων

3.2 Φαινόμενα ψαθυρής θραύσης στις εργαστηριακές δοκιμές

Με βάση τα πειραματικά αποτελέσματα δοκιμών φόρτισης, διακρίνονται (Gramberg, 1989) τρεις τύποι του πρωτογενούς φαινομένου της ψαθυρής θραύσης.



Σχήμα 7. Ιος τύπος πρωτογενούς φαινομένου ψαθυρής θραύσης. Εφελκυστική ψαθυρή θραύση

Ο 1ος τύπος του πρωτογενούς φαινομένου της ψαθυρής θραύσης αναφέρεται στην εφελκυστική ψαθυρή θραύση. Η θραύση αυτή παρατηρείται στα πειράματα άμεσου εφελκυσμού, (Σχήμα 7) κάμψης και στρέψης.

•Άμεσος εφελκυσμός: Η επιφάνεια θραύσης είναι επίπεδη και κάθετη στη φόρτιση. Από τις γραμμώσεις γίνεται φανερό ότι η ψαθυρή θραύση διαχέεται από ένα σημείο, και διαφέρει από τις παράλληλες γραμμώσεις ολίσθησης σε επίπεδα διάτμησης.

•Κάμψη: Εφαρμόζεται σε αμφιέρειστα πρισματικά δοκίμια που φορτίζονται με δύο κατακόρυφα φορτία. Στο τέλος του πειράματος ένας πυρήνας αναπτύσσεται στο μέσον της δοκού στην εφελκούμενη ίνα. Εν συνεχεία, μία ρωγμή διαδίδεται κάθετα στην ελεύθερη επιφάνεια και εισερχόμενη στη θλιβόμενη περιοχή στρέφεται.

•Στρέψη: Εφαρμόζεται σε κυλινδρικά δοκίμια. Δημιουργείται εφελκυστική τάση στην επιφάνεια με γωνία 45° ως προς τον άξονα του δοκιμίου, και κάθετα σε αυτή ίση θλιπτική. Η θραύση ξεκινά σε σημείο της επιφάνειας και ακολουθεί έλικα κάθετη στις εφελκυστικές τάσεις.

Ο 2ος τύπος του πρωτογενούς φαινομένου της ψαθυρής θραύσης (Σχήμα 8) αναφέρεται στον αξονικό σχισμό σε θλίψη. Διακρίνεται σε: μονοεπίπεδο αξονικό σχισμό, πολυεπίπεδο αξονικό σχισμό, παράλληλη αξονική κατάκλαση και παράλληλη αξονική μικρο-κατάκλαση.



Αξονική θραύση σε μία επιφάνεια και σε πολλαπλές επιφάνειες Αξονική κατάκλαση Σχήμα 8. 2ος τύπος πρωτογενούς φαινομένου ψαθυρής θραύσης. Θραύση αζονικού σχισμού σε θλίψη

Ο 3ος τύπος του πρωτογενούς φαινομένου της ψαθυρής θραύσης (Σχήμα 9) αναφέρεται στη δημιουργία διατμητικής ζώνης. Το φαινόμενο συμφωνεί με τις θεωρίες των Mohr-Coulomb (Σχήμα 10). Οι ζώνες συντίθενται από κατακόρυφες κατακλάσεις. Αναπτύσσεται σε πετρώματα που ενέχουν στοιχεία πλαστικής συμπεριφοράς. Διακρίνεται σε: α. Πολυδιατμητική κατάκλαση και β. Συνδυασμένη κατάκλαση

Η δημιουργία μιας πολύπλοκης διατμητικής ζώνης αποδίδεται στο φαινόμενο της διαφοροποίησης της τάσης. Ο διατμητικός μηχανισμός συνοδεύεται από τοπικές εγκάρσιες εφελκυστικές τάσεις που δημιουργούν κατακόρυφες μικρορωγματώσεις και προκαλούν την πλευρική διαστολή της διατμητικής ζώνης. Μεταξύ των ρωγματώσεων περιέχονται ρομβοειδή σώματα που συμπιέζονται ως αποτέλεσμα της διαστολής αυτής.



Σχήμα 9. 3ος τύπος πρωτογενούς φαινομένου ψαθυρής θραύσης. Διατμητικές ζώνες



Σχήμα 10. Δοκιμές θλιπτικής αντοχής, από τον von Karman, σε μάρμαρο της Carrara (Ros and Eichinger, 1949).

3.3 Η διαδικασία καταστροφής στη θλιπτική δοκιμή

3.3.1 Η διαδρομή της φόρτισης

Στην κλασική δοκιμή μονοαξονικής θλίψης (βλ. π.χ. Kotte et al., 1969; Seldenrath and Gramberg, 1958), το φορτίο αυξάνει μέχρι την αστοχία του δοκιμίου. Κατά τη φόρτιση μετρούνται οι εξωτερικές παραμορφώσεις του δοκιμίου και σχεδιάζεται το διάγραμμα σε. Συγχρόνως δύνανται να μετρώνται οι ακουστικές εκπομπές με τις οποίες επιτυγχάνεται η παρακολούθηση του φαινομένου της δημιουργίας και εξέλιξης των ρωγματώσεων. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται διαδικασία καταστροφής. Σε πετρώματα διαφορετικών τύπων η διαδικασία αυτή (βλ. π.χ. Waversik, 1967; Shamina, 1973; Patterson, 1978; Fairhurst et al., 1970) διαφέρει ποσοτικά αλλά όχι ποιοτικά. Στο Σχήμα 11 φαίνεται η γενική εικόνα αυτής της διαδικασίας. Η συνολική διαδρομή φόρτισης διακρίνεται σε τρεις μεγάλες επιμέρους διαδρομές A, B, C, και μία πολύ μικρή διαδρομή D. Οι τρεις πρώτες αντιστοιχούν σε διαφορετικές φάσεις, ενώ η τέταρτη αναφέρεται στην αστοχία.



Σχήμα 11. Τυπικά διαγράμματα σ-ε, σ-α.ρ., ε-t, για συμπαγή σκληρά πετρώματα.

Η πρώτη επιμέρους διαδρομή Α αναφέρεται στην άρρηκτη φάση του πετρώματος. Δύναται να αποτελεί το 30 έως 70% της συνολικής διαδρομής φόρτισης.

Η δεύτερη επιμέρους διαδρομή Β αναφέρεται στην κατακλαστική ευσταθή φάση. Στην αρχή της διαδρομής συμβαίνουν οι πρώτες εσωτερικές ρωγματώσεις που προκαλούν και τη δομική αλλαγή του δοκιμίου. Εφόσον στη φάση αυτή Β το φορτίο παραμείνει σταθερό, δεν συμβαίνει καμία περαιτέρω ρωγμάτωση. Εν τούτοις, το μέτρο Ε και ο λόγος του Poisson αλλάζουν λίγο σαν αποτέλεσμα της δομικής αλλαγής. Επιτυγχάνεται μία κατακλαστική πλαστο-ελαστική ισορροπία.

Η τρίτη επιμέρους διαδρομή C αναφέρεται στην κατακλαστική ασταθή φάση. Στη φάση αυτή, η δημιουργία και διάδοση των ρωγματώσεων δεν σταματά αν το φορτίο παραμένει σταθερό. Το δοκίμιο είναι επομένως ασταθές και με την πάροδο του χρόνου θα αστοχήσει. Προκειμένου να αποφευχθεί η διαδικασία της καταστροφής, το φορτίο θα πρέπει να μειωθεί. Τότε, το δοκίμιο, μολονότι δομικά πολύ αλλαγμένο, παραμένει ομοιάζον με συμπαγές και ελαστικό. Και στην περίπτωση αυτή (σημεία Ε, F) επιτυγχάνεται μία κατακλαστική πλαστο-ελαστική ισορροπία για μειωμένο φορτίο. Όμως, οι τιμές του Ε και του ν μεταβάλλονται σημαντικά.

Η τέταρτη επιμέρους διαδρομή D αναφέρεται στη φάση αστοχίας του δοκιμίου. Στις προηγούμενες φάσεις συμβαίνουν μόνο πρωτογενείς ρωγματώσεις. Στην τέταρτη φάση αρχίζουν να συμβαίνουν και άλλα δευτερογενή φαινόμενα θραύσης. Η φέρουσα ικανότητα του δοκιμίου χάνεται ολοσχερώς.

Σαν γενικός κανόνας μπορεί να ληφθεί ότι η διαδρομή φόρτισης Α καλύπτει περίπου 50% της συνολικής διαδρομής, η διαδρομή Β το 25%, η C το 24%, και η D ενδεχομένως 1%.

3.3.2 Πρωτογενείς θραύσεις

Οι διαδικασία καταστροφής, που περιέχει τις φάσεις B, C, D, εμφανίζεται με διαφορετικούς τρόπους στα διάφορα πετρώματα. Οι πρωτογενείς ρωγμές και θραύσεις που εμφανίζονται στις φάσεις B, C, έχουν διαφορετικό χαρακτήρα, όπως:

- Αξονική μονοεπίπεδη ή πολυεπίπεδη θραύση.
- Αξονική κατάκλαση
- Πολλαπλών διατμήσεων και τελικά συνδυασμένη κατάκλαση
- Θραύση του συγκολλητικού υλικού μεταξύ των σκληρών κόκκων
- Επιλεκτική θραύση των κόκκων συνοδευόμενη από σχετικά σημαντική παραμόρφωση.
- Ολισθητικές μετακινήσεις με φυσικές μετατοπίσεις μέσα σε ειδικούς ορυκτούς κρυστάλλους, που είναι στοιχεία καθαρής πλαστικότητας.
- Πλευρικό «μικρό-ξεχείλωμα» που συμβαίνει στο εσωτερικό ισχυρά λεπιωμένων υλικών ασφαλτικής προέλευσης. Η παραμόρφωση ομοιάζει με πλαστική.

3.3.3 Δευτερογενείς διαδικασίες αστοχίας

Η δευτερογενής αστοχία στη φάση D συμβαίνει με δύο τρόπους. Ο πρώτος συμβαίνει με λυγισμό των προηγουμένως σχηματισμένων στηλών ή πλακιδίων στο εξωτερικό του δοκιμίου. Αυτό μπορεί να έρθει βαθμιαία. Μπορεί επίσης να συμβεί στιγμιαία, οπότε το δοκίμιο θα εκραγεί με ένα θορυβώδη ήχο. Ο δεύτερος αφορά την περίπτωση που στις προηγούμενες φάσεις το δοκίμιο έχει ισχυρά κατακλασθεί, οπότε η αστοχία στη φάση D θα έχει χαρακτηριστικά διάτμησης, επειδή η δομική αλλαγή του αρχικά συμπαγούς πετρώματος μετέτρεψε τη συμπεριφορά του σε κοκκώδους μάζας. Αυτός ο τρόπος ισχύει γενικά για τους όχι πάρα πολύ ισχυρούς τύπους μαρμάρου και για τον ψαμμίτη. Αυτή η διατμητικής μορφής αστοχία αποτέλεσε τη βάση για τη συμβατική σύλληψη από τους Coulomb και Mohr και της πειραματικής επιβεβαίωσής της από τον von Karman.

3.3.4 Εξι τύποι καταστροφής

Διακρίνονται σε τρεις βασικές περιπτώσεις, που αφορούν, α. συμπαγές πέτρωμα, β. πορώδες πέτρωμα, και γ. βιτουμινούχα πετρώματα. Ο Gramberg (1989), με βάση την απόκριση του πετρώματος κατά τη δοκιμή μονοαξονικής θλίψης, διακρίνει τη διαδικασία καταστροφής των πετρωμάτων σε έξι διαφορετικούς τύπους, εκ των οποίων οι τύποι Ι, ΙΙ, ΙΙΙ, δύνανται να ενταχθούν στην περίπτωση (α), οι τύποι ΙV και V στην περίπτωση (β), και ο τύπος VI στην περίπτωση (γ). Τα πολύ σκληρά, λεπτόκοκκα, πυκνά πετρώματα λιθογραφικός ασβεστόλιθος, όπως 0 0 πυριτόλιθο, χαλαζίτης, π.γ. 0 συμπεριλαμβανομένης και της υάλου ανήκουν στον τύπο Ι. Στον τύπο καταστροφής ΙΙ ανήκουν τα κοκκώδη με γρανιτική δομή πετρώματα, με μορφή των κόκκων ή των κρυστάλλων υπιδιόμορφη, δηλ., οι κρύσταλλοι να εφαρμόζουν εντελώς μεταξύ τους, γωρίς τη διαμόρφωση μεγαλύτερων ή μικρότερων σφαιρικών πόρων. Οι υπάρχοντες πόροι είναι μόνον επίπεδοι, και οι κόκκοι ή οι κρύσταλλοι δεν πρέπει να συγκολλούνται από ξένο ασθενέστερο υλικό. Σε αυτόν τον τύπο ανήκουν γενικά τα πλουτώνια πετρώματα, όπως ο γρανίτης, ο διορίτης, καθώς επίσης οι πλούσιοι σε χαλαζία ή αστρίους γνεύσιοι, και τα χαλαζιτικά ιζήματα, εάν θλίβονται υπό γωνία στην κατεύθυνση ανισοτροπίας. Το μάρμαρο της Καρράρα, τα ενός ορυκτού υπιοδιομορφικής δομής λεπτόκοκκα κοκκώδη ασβεστιτικά πετρώματα, στα οποία η πλαστικότητα των κρυστάλλων του ασβεστίτη διαδραματίζει έναν ρόλο ανήκουν στον τύπο καταστροφής Οι ψαμμίτες με στρογγυλεμένους κόκκους, που συγκολλούνται από ένα ξένο III. τσιμέντο, το οποίο είναι μάλλον ισχυρό, αλλά ακόμα πιο αδύνατο από το χαλαζία των κόκκων, ανήκουν στον τύπος καταστροφής ΙV. Οι ψαμμίτες με στρογγυλεμένους κόκκους, με μάλλον ασθενή συγκόλληση ανήκουν στον τύπο καταστροφής V. Τα πυκνά, έντονα διαστρωμένα ή σχιστοποιημένα, πολύ λεπτόκοκκα πετρώματα, που προέρχονται από τα αργιλικά ιζήματα, όπως οι αργιλικοί σχιστόλιθοι, ανήκουν στον τύπο VI.

Στο Σχήμα 12 παρατηρούμε την καταστροφή του δοκιμίου για τους τρεις πρώτους τύπους θραύσης καθώς και για τον έκτο τύπο. Στον τύπο Ι φαίνεται η αξονική κατάκλαση, στον τύπο ΙΙ η δημιουργία κλεψύδρας λόγω της απόσχισης των πλευρικών τμημάτων, στον τύπο ΙΙΙ η δημιουργία διατμητικής ζώνης, και στον τύπο VI η δημιουργία πριονωτής επιφάνειας θραύσης. Με βάση αριθμητικές αναλύσεις το δοκίμιο δύναται να χωριστεί σε έξι περιοχές, τις 1 έως 6, οι οποίες διακρίνονται με βάση τις τάσεις και τις παραμορφώσεις που αναπτύσσουν.



Σχήμα 12. Τέσσερις τύποι καταστροφής δοκιμίων, στα οποία φαίνεται η δημιουργία περιοχών με διαφορετική ένταση. 1: $|\sigma_z| < Q$, σ_R , $\sigma_\theta < 0$, ε_R , $\varepsilon_\theta < 0$, 2: $|\sigma_z| < Q$, σ_R , $\sigma_\theta < 0$, ε_R , $\varepsilon_\theta > 0$, 3: $|\sigma_z| > Q$, $\sigma_R > 0$, $\sigma_\theta < 0$, ε_R , $\varepsilon_\theta > 0$, 4: $|\sigma_z| > Q$, σ_R , $\sigma_\theta < 0$, ε_R , $\varepsilon_\theta > 0$, 5: $|\sigma_z| > Q$, σ_R , $\sigma_\theta < 0$, ε_R , $\varepsilon_\theta > 0$, 6: $|\sigma_z| < Q$, σ_R , $\sigma_\theta > 0$, ε_R , $\varepsilon_\theta > 0$, 4: $|\sigma_z| < Q$, σ_R , $\sigma_\theta < 0$, ε_R , $\varepsilon_\theta > 0$, 5: $|\sigma_z| > Q$, σ_R , $\sigma_\theta > 0$, ε_R , $\varepsilon_\theta > 0$, 6: $|\sigma_z| < Q$, σ_R , $\sigma_\theta > 0$, ε_R , $\varepsilon_\theta > 0$. Η γραμμή ab χαρακτηρίζει το όριο μεταξύ της πλευρικής θλίψης και του πολύ ασθενούς πλευρικού εφελκυσμού

Στον τύπο καταστροφής Ι, η διαδρομή της φάσης Α είναι απότομη και οι φάσεις Β, C, D πρακτικά συμπίπτουν στο 0.5% της συνολικής διαδρομής φόρτισης (Σχήμα 13). Στο υπόλοιπο 99.5% της συνολικής διαδρομής το υλικό συμπεριφέρεται σχεδόν ελαστικά, και στο τέλος αστογεί εκρηκτικά κατακερματιζόμενο. Φαινόμενα διάτμησης δεν παρατηρούνται. Ο τρόπος που αυτό το πέτρωμα αστοχεί, αποκλίνει από κάθε άποψη από τη συμβατική θεωρία διατμητικής αστοχίας. Εφόσον χρησιμοποιηθεί ειδική συσκευή φόρτισης μπορεί να αποτραπεί η εκρηκτική αστοχία και να ληφθούν τα πρωτογενή φαινόμενα θραύσης όπου φαίνεται ξεκάθαρα ο αξονικός σχισμός που προκαλείται από επαγωγή. Αυτός ο τύπος θραύσης εμφανίζεται παντού στη φύση ως διάκλαση. Στα τοιχώματα των σηράγγων στα μεγαλύτερα βάθη αυτός ο τύπος θραύσης είναι συνήθης. Πιθανότατα είναι το πιο πολύ εμφανιζόμενο φαινόμενο θραύσης στη φύση. Η επίδραση της πλαστικότητας είναι αμελητέα στο ρυθμό φόρτισης που εφαρμόζεται κατά τη δοκιμή. Παρατηρείται, ότι ο αξονικός σχισμός μπορεί να εμφανίζεται στη φύση σε τύπους πετρώματος στους οποίους δεν εμφανίζεται στην εργαστηριακή μονοαξονική δοκιμή, όπως στους τύπους ΙV, V, VI. Επίσης, ο εκρηκτικός χαρακτήρας της αστοχίας στον τύπο καταστροφής Ι, σε φυσικές συνθήκες έχει μετατοπιστεί στους τύπους πετρώματος που, υπό εργαστηριακές συνθήκες ανήκουν στον τύπο ΙΙ. Τέτοια εκρηκτικά αποτελέσματα στα τοιχώματα σηράγγων σε μεγάλο βάθος μπορούν να οδηγήσουν σε καταστροφικές εκτινάξεις πετρώματος, τα rockbursts. Ο πυρήνας της θραύσης (Σχήμα 12) είναι τοποθετημένος μέσα στις ζώνες 2 και 3. όπου επικρατεί μια αυξημένη αξονική τάση σε συνδυασμό με την εγκάρσια διαστολή. Η εγκάρσια διαστολή ισχύει και για τις ζώνες 4.,5 και 6. που διαπερνά η αξονική ρωγμάτωση. Η ομόκεντρη ρωγμή πάνω από το R δεν διαπερνά μακρύτερα από το σημείο αυτό. Η ύπαρξη ζώνης 1 επιβεβαιώνει διατμητικής τάσης στα επίπεδα φόρτισης.

Ο τύπος καταστροφής ΙΙ ταιριάζει καλύτερα στη γενική εικόνα που Οι διάφορες φάσεις στο διάγραμμα σ-ε παρουσιάσθηκε γενικά προηγουμένως. παρουσιάζονται ξεκάθαρα (Σχήμα 13). Αφορά δοκίμια από γρανίτη ή χαλαζίτη. Η φάση Α είναι η ελαστική άρρηκτη φάση και το υλικό συμπεριφέρεται σχεδόν πλήρως ελαστικά. Η φάση Β είναι η κατακλαστική-(πλαστο)-ελαστική φάση κατά την οποία εμφανίζεται ρωγμάτωση στο εσωτερικό. Εάν όμως το φορτίο κρατηθεί σταθερό, η εσωτερική ρωγμάτωση δεν θα συνεχιστεί, ο ερπυσμός θα σταματήσει σύντομα και θα επιτευχθεί κατακλαστική-πλαστο-ελαστική ισορροπία. Εάν το φορτίο αυξηθεί περαιτέρω μέσα στη φάση Β η διαδικασία εσωτερικής ρωγμάτωσης θα επαναληφθεί πάλι, και εφόσον οι υψηλότερες πιέσεις κρατηθούν σταθερές, θα επιτευχθεί νέα κατάσταση κατακλαστικής-πλαστο-ελαστικής ισορροπίας. Η φάση C είναι η φάση κατακλαστικής-πλαστο-ελαστικής αστάθειας. Η εσωτερική ρωγμάτωση αυξάνεται με επιταχυνόμενο ρυθμό κατά τη διάρκεια της δοκιμής θλίψης, και εάν το φορτίο κρατηθεί σταθερό, η ρωγμάτωση και ο ερπυσμός συνεχίζουν και το δοκίμιο καταλήγει σε θραύση. Για μείωση του φορτίου εντούτοις, το, η ρωγμάτωση σταματά πάλι και επιτυγχάνεται κατακλαστική-πλαστο-ελαστική ισορροπία. Η φάση αστοχίας D καλύπτει μόνο ένα πολύ μικρό διάστημα φόρτισης. Η εσωτερική ρωγμάτωση αυξάνεται τόσο έντονα, ώστε να απαιτείται πάρα πολύ προσοχή για να αποτραπεί η αστοχία, όταν χρησιμοποιείται μια συνήθης μηγανή θλίψης. Τα φαινόμενα πλαστικότητας είναι αμελητέα στον επιβαλλόμενο ρυθμό φόρτισης. Η αστοχία εμφανίζεται συχνά με τη διαμόρφωση κώνων που δημιουργούνται με αποφλοίωση, και ακολουθούνται από δευτερογενή διάτμηση του υπολειπόμενου τμήματος, που έχει ομοιότητα με την κλασική ιδέα της αστοχίας σε διάτμηση. Είναι αξιοπρόσεκτο ότι τα πρωτογενή φαινόμενα του τύπου καταστροφής ΙΙ, εμφανίζονται επίσης στη φύση στους τύπους πετρώματος που υπό εργαστηριακές συνθήκες συμπεριφέρονται όπως οι τύποι ΙΙΙ έως VI. Έτσι, πρωτογενή φαινόμενα θραύσης που εμφανίζονται στο εργαστήριο στα δοκίμια πετρώματος τύπου ΙΙ, εμφανίζονται και σε διάφορους άλλους τύπους πετρώματος στα τοιχώματα υπόγειων στοών και σηράγγων, όπως π.χ. στους λιθανθρακοφόρους ψαμμίτες, τους αμμώδεις σχιστόλιθους και το ορυκτό άλας. Στον τύπο καταστροφής ΙΙ οι υπάργουσες ρωγματώσεις προκαλούν τις αξονικές ρωγμές που δημιουργούν την κατάκλαση. Εμφανίζονται ειδικά στις ζώνες 2.,3 και 5 και λιγότερο στη ζώνη 6 (Σγήμα 12). Οι ζώνες 1 και 4 χαρακτηρίζονται από το γεγονός ότι η αξονική κατάκλαση δεν επεκτείνεται σε αυτές. Προφανώς οι εγκάρσιες θλιπτικές πιέσεις αποτρέπουν τη διάδοση. Η αξονική κατάκλαση αποτελείται από μικρές επίπεδες αξονικές ρωγμές που διέρχονται καθαρά μέσα από τους κόκκους γαλαζία και άστριου. Δεν συνενώνονται και παραμένουν παράλληλες. Κάποιοι κόκκοι χαλαζία παρουσιάζουν σημάδια θρυμματισμού των κόκκων. Ως αποτέλεσμα του απότομου τέλους της δοκιμής, αναπτύσσονται ρωγμές στις ζώνες 1 και 4. Αυτές οι ρωγμές είναι του τύπου άμεσου εφελκυσμού και επομένως δεν είναι το ίδιο επίπεδες με τις αξονικές ρωγμές. Σε τριαξονική φόρτιση γρανίτη σε χαμηλότερες πλευρικές πιέσεις (~10 MPa), η αξονική κατάκλαση εμφανώς κόβει τους κρυστάλλους. Στις υψηλότερες πλευρικές πιέσεις το μήκος των αξονικών ρωγματώσεων μικραίνει. Σε πλευρικές πιέσεις μεταξύ φραγμού 60 και 100 MPa, οι κρύσταλλοι του χαλαζία και των αστρίων εμφανίζονται να συμπεριφέρονται διαφορετικά. Οι κρύσταλλοι του χαλαζία φαίνονται να θρυμματίζονται σε μια υψηλότερη έκταση από τους αστρίους, οι οποίοι φαίνονται πιο ανθεκτικοί. Παρατηρείται ένας εκλεκτικός θρυμματισμός μέσα στους κρυστάλλους χαλαζία που στερείται ένα σύστημα. Πρόκειται για κατακλαστική – πλαστική παραμόρφωση σαν αποτέλεσμα αυτού του επιλεκτικού θρυμματισμού των κόκκων. Η παραμόρφωση του γρανίτη επομένως σε υψηλότερες πλευρικές πιέσεις είναι παρόμοια με αυτή του μαρμάρου της Carrara σε χαμηλή ή καθόλου πλευρική πίεση Η ομοιότητα είναι εμφανής στην εικόνα της παράπλευρης επιφάνειας του κυλινδρικού δοκιμίου του γρανίτη, όπου φαίνονται οι συζυγείς κατευθύνσεις που είναι συγκρίσιμος με το συζυγές σύστημα μονοαξονικά φορτιζόμενου δοκιμίου μαρμάρου της Carrara.

Ο τύπος καταστροφής ΙΙΙ αποτελεί μία μετάβαση προς τη συμβατική έννοια της διάτμησης. Τα πρωτογενή φαινόμενα που εμπεριέγουν πολλαπλές διατμήσεις, και τα δευτερογενή τη διατμητική αστοχία (Σχήμα 13) μετά από εσωτερικό θρυματισμό, είναι μορφές του διατμητικού μηχανισμού και ταιριάζουν στη θεωρία των Mohr-Coulomb. Μονοκρυσταλλικά μάρματα, όπως το μάρμαρο της Carrara που ουσιαστικά συντίθεται μόνο από κρυστάλλους ασβεστίτη με υπιδιόμορφο σχήμα κόκκων όπως στην περίπτωση πετρωμάτων τύπου ΙΙ, είναι οι κλασικότεροι εκπρόσωποι αυτού του τύπου θραύσης. Κάθε κρύσταλλος ασβεστίτη έχει την τυπική σχιστότητα και την ικανότητα να παραμορφώνεται, με τη δημιουργία φυσικών μετατοπίσεων, που είναι χαρακτηριστική ιδιότητα της πλαστικότητας των κρυστάλλων (βλ. π.γ. Poirier, 1983; Cox, 1971; Tertsch, 1949). Αυτοί οι τύποι μαρμάρων γενικά δεν παρουσιάζουν σημάδια ανισοτροπίας. Ο συνδυασμός αυτών των ιδιοτήτων εμφανίζεται να είναι ευνοϊκός για την εύκολη κατεργασία. Στην περίπτωση ενός κτυπήματος ή μιας πρόσκρουσης, δεν εκρήγνυνται εύκολα μεγάλα θραύματα. Ένα τέτοιο πέτρωμα είναι καλό για γλυπτική και για διακόσμηση. Μπορεί να διαμορφωθούν εύκολα στον τόρνο κυλινδρικά δοκίμια, και γι κατά γρησιμοποιήθηκε κόρον στις δοκιμές. που θεωρήθηκαν και αυτό αντιπροσωπευτικές της απόκρισης των συμπαγών πετρωμάτων, που όμως όπως αναφέρθηκε προηγουμένως δεν ισχύει. Στον τύπο ΙΙΙ οι φάσεις Α, Β, C, D είναι παρούσες και καλά αναπτυγμένες. Η διαδρομή Α εντούτοις μπορεί να εκτείνεται σε μερικές περιπτώσεις μόνο στο 30 -40% του τελικού φορτίου. Όμως, τα πρωτογενή φαινόμενα θραύσης ενέγουν το δικό τους τυπικό γαρακτήρα. Η αξονική κατάκλαση περιορίζεται στις φάσεις B, C σε αξονικές ρωγματώσεις μεγέθους κόκκων. Το γεγονός ότι αυτές δεν μπορούν να διαδοθούν περαιτέρω πρέπει να είναι μια συνέπεια μιας μεγάλης εγκάρσιας μικρο-πίεσης μεταξύ των κόκκων. Ενδεχομένως αυτό να συνδέεται με την πλαστικότητα των κρυστάλλων του ασβεστίτη. Επομένως, η συγκέντρωση τάσης στο άκρο της ρωγμής μπορεί να μειώνεται έντονα, με αποτέλεσμα να εμποδίζεται η διάδοση αξονικών ρωγμών και να προωθείται η διαμόρφωση των συζυγών διατμητικών Κάθε διατμητική ζώνη δομείται από κλιμακωτά τοποθετημένες διακριτές ζωνών. ανοικτές ρωγμές. Αυτές οι μικρές διατμητικές ζώνες εσωκλείουν στοιχεία μορφής ρόμβου που προς το παρόν εξαιρούνται από την καταστροφή. Τέτοιες ζώνες μικροδιάτμησης διαμορφώνουν επίσης το εσωτερικό του δοκιμίου. Η διεύθυνσή τους είναι

ΕΜΠ, ΔΠΜΣ/ΣΚΥΕ

ΑΙ Σοφιανός & ΠΠ Νομικός

λοξή ως προς τον άξονα θλίψης, κατά προσέγγιση στις συζυγείς κατευθύνσεις σύμφωνα με τους Mohr-Coulomb. Μέσα σε αυτές τις ζώνες οι κόκκοι φαίνονται κάπου να Αυτό το φαινόμενο μπορεί να ονομαστεί περιστρέφονται και να ραγίζονται. πολυδιατμητική ή συνδυασμένη κατάκλαση. Κατά τη διάρκεια της φάσης C το πέτρωμα θρυμματίζεται όλο και περισσότερο. Επομένως, δεν είναι παράξενο ότι το πέτρωμα στη φάση D αστοχεί σε διάτμηση.. Άλλοτε, η διατμητική αστοχία είναι ιδανικά συμμετρική, οπότε προκύπτουν δύο κώνοι. Στις περισσότερες περιπτώσεις εντούτοις, αναπτύσσεται πλήρως μια μόνο κατεύθυνση διάτμησης, μετά τον έντονο θρυμματισμό του εσωτερικού του δοκιμίου. Η διαμόρφωση της ασυμμετρίας πραγματοποιείται γενικά στην τελευταία φάση της διαδικασίας θρυμματισμού, σύμφωνα με ακουστικές μετρήσεις. Αυτές οι μεγάλες διατμητικές ζώνες αστοχίας που εμπεριέχουν μεγάλο όγκο πετρώματος, αναπτύσσονται πολύ γρήγορα στο υλικό που έχει ήδη θρυμματιστεί έντονα από την Κατά τη θραύση μπορούν να αναγνωριστούν οι ζώνες 1, 2, 3,4,5 και 6 κατάκλαση. (Σχήμα 12). Το μάρμαρο της Carrara αποτελείται από κρυστάλλους καθαρού ασβεστίτη, διαμέτρου περίπου 0.1mm. Οι κρύσταλλοι του ασβεστίτη έχουν χαρακτηριστική πλαστικότητα. Οι υπολογισμένες μικρές εγκάρσιες εφελκυστικές τάσεις στις ζώνες 5 και 6 προκαλούν μικρές πλαστικές παραμορφώσεις στους κόκκους του ασβεστίτη. Επομένως, οι αξονικές ρωγμές περιορίζονται σε έναν ένα ή λίγους κόκκους, διαμορφώνοντας μια μικροκατάκλαση. Η πλαστική παραμόρφωση οδηγεί σε διαφοροποίηση της τάσης στις ζώνες 5 και 6. Στη ζώνη 1 δεν παρατηρούνται κατακλάσεις. Στο μάρμαρο της Καράρα, η διαδικασία της καταστροφής υπό τριαξονική ένταση δεν διαφέρει σε γενικές γραμμές από εκείνη που παρατηρείται υπό μονοαξονική θλίψη. Παρατηρείται εν τούτοις ισχυρότερος θρυμματισμός των κρυστάλλων και οι ζώνες διάτμησης εμφανίζονται πυκνότερες.

Ο τύπος καταστροφής IV αφορά εκείνους τους ψαμμίτες που συντίθενται από στρογγυλεμένους κόκκους χαλαζία, συγκολλημένους με σχετικά ισχυρό υλικό, που εν τούτοις είναι ασθενέστερο από τους κόκκους του χαλαζία. Ως εκ τούτου, δεν θραύονται οι κόκκοι παρά μόνο κατ΄ εξαίρεση. Στα μικρά δοκίμια του εργαστηρίου δεν παρατηρείται αξονικός σχισμός. Αρχικά δημιουργούνται ζώνες πολλαπλής διάτμησης και το υλικό συμπεριφέρεται περίπου σαν τον τύπο III. Επί τόπου εν τούτοις παρατηρείται συχνά θραύση αξονικού σχισμού με τη μορφή παράλληλων διακλάσεων, κάτι που φανερώνει την επίδραση της κλίμακας.

Ο τύπος καταστροφής V αφορά ψαμμίτες με πολύ ασθενές συνδετικό υλικό. Η συμπεριφορά τους είναι παρόμοια με κοκκώδους μάζας. Σε θλίψη υφίστανται διάτμηση πολύ γρήγορα.

Ο τύπος καταστροφής VI αφορά αργιλικά λεπιωμένα ασφαλτικά ιζήματα. Στα άκρα κοντά στις πλάκες φόρτισης, δηλαδή σε ζώνες ιδιαίτερης έντασης του δοκιμίου, τα κυλινδρικά δοκίμια θλιβόμενα κάθετα στη λεπίωση, δημιουργούν μικρές διατμήσεις μέσα στις λεπίδες της λεπίωσης. Οι λεπίδες διαχωρίζονται σε διακριτά στοιχεία με σχήμα ρόμβου και διαστέλλονται πλευρικά. Το φαινόμενο συνοδεύεται από μεγάλη πλευρική διαστολή. Γειτονικά τμήματα εξαναγκάζονται έμμεσα σε αξονική θραύση. Αυτή η αξονική θραύση εκτείνεται στη ζώνη του «μικρο-ξεχειλώματος». Στη ζώνη αυτή το επίπεδο θραύσης εμφανίζει τυπική πριονωτή δομή, που χαρακτηρίζει άμεσο εφελκυσμό. Το υπόλοιπο τμήμα της αξονικής θραύσης δίνει την εικόνα ψαθυρής έμμεσης εφελκυστικής θραύσης. Ο τύπος αυτός της πριονωτής επιφάνειας θραύσης παρατηρείται στα υπόγεια μεταλλεία και δύναται να επηρεάσει τη θραύση τοπικά. Λεπτές στρώσεις αυτού του ασφαλτικού πετρώματος δύνανται να οδηγήσουν σε μη αναμενόμενη θραύση στύλων σκληρού πετρώματος. Σε αυτό το πέτρωμα, οι ζώνες 1, 2 και 3 (Σχήμα 12) χαρακτηρίζονται με τη διαμόρφωση του μικρο-ξεχειλώματος. Το δοκίμιο επεκτείνεται πλευρικά μέχρι σχεδόν κάτω από τα επίπεδα άκρα. Μέσω αυτού μία αξονική θραύση σχισμού δημιουργείται στη ζώνη 6, που επεκτείνεται μέσω των ζωνών 5, 4, 3, 2 και 1 στο άλλο άκρο του δοκιμίου.



Σχήμα 13. Τρεις τύποι καταστροφής, αντιπροσωπευτικοί των παρατηρούμενων θραύσεων στα μεταλλεία και στις σήραγγες

Ο διαχωρισμός της διαδρομής φόρτισης στις τέσσερις επιμέρους διαδρομές δίνει τη δυνατότητα χάραξης τριών περιβαλλουσών αστοχίας (αντί μίας), που διαχωρίζουν μεταξύ τους τις φάσεις. Στο Σχήμα 14 παρατηρείται ο σχεδιασμός των τριών περιβαλλουσών A/B, B/C, C/D για τους τρεις πρώτους τύπους θραύσης.



Σχήμα 14. Η ψαθυρή θραύση χαρακτηρίζεται από τρεις περιβάλλουσες.

4 Κλείσιμο

Στα σκληρά ψαθυρά πετρώματα, η πρωτογενής θραύση συντίθεται από θραύσεις αξονικού σχισμού. Ακολουθούν το κύριο επίπεδο (Σχήμα 15) της ελάχιστης κύριας τάσης (θλίψη ορίζεται θετική) και περιέχουν τη μέγιστη και ενδιάμεση κύρια τάση. Άρα, η παρατηρούμενη αξονική θραύση σχισμού καθορίζει το κύριο επίπεδο στο πέτρωμα στο οποίο δρα η ελάχιστη κύρια τάση.



Σχήμα 15. Βασικός νόμος της ψαθυρής θραύσης υπό τριαζονική διαφορική θλίψη. Αριστερά διάγραμμα όγκου. Δεξιά κύκλοι Mohr.

Γενικά η διεύθυνση της μέγιστης κύριας τάσης είναι γνωστή. Επομένως, η αναγνώριση της θραύσης αξονικού σχισμού στα υπόγεια τεχνικά ή μεταλλευτικά έργα (βλ. π.χ. Gramberg, 1969) δίνει τη δυνατότητα εκτίμησης του εντατικού πεδίου στο πέτρωμα. Με

παρόμοιο τρόπο μπορεί να εκτιμηθεί η διεύθυνση του εντατικού πεδίου στη δοκιμή υδραυλικής θραύσης.

Η θεωρία του Griffith έχει εφαρμογή στην έναρξη της αστοχίας στην κλίμακα των μικρορωγμών ενώ οι παρατηρήσεις της αντοχής αναφέρονται στη μακροσκοπική αστοχία που πραγματοποιείται σε μεγαλύτερη τιμή του εφαρμοζόμενου φορτίου. Αντίθετα, κατά τη φόρτιση σε εφελκυσμό, η έναρξη της αστοχίας ταυτίζεται πρακτικά με την αστοχία του δοκιμίου. Τα παραπάνω δίνουν μία βασική εξήγηση, γιατί η τιμή της μέγιστης αντοχής σε θλίψη είναι μεγαλύτερη από αυτή που προβλέπεται από τη θεωρία του Griffith.

Μία επαρκής θεωρία αστοχίας επομένως θα πρέπει να προσφέρει μία πλήρη περιγραφή των κύριων μηχανικών διαδικασιών από το στάδιο της έναρξης της αστοχίας έως το τελικό στάδιο της μακροσκοπικής θραύσης. Σε αυτό το πλαίσιο, θα πρέπει να γίνει μία διάκριση μεταξύ των αιτίων έναρξης της μικρορωγμάτωσης και της διάδοσής τους. Θα πρέπει επομένως να λαμβάνει υπόψη, την τοπική έναρξη ρωγμάτωσης δυνητικά θραυόμενων μικρορωγμών σε θέσεις ατελειών, την στη συνέχεια ατομική μεγέθυνση αυτών των μικρορωγμών με την αύξηση του φορτίου, την αύξηση του αριθμού των μεγεθυνόμενων μικρορωγμών με την αύξηση του μεγέθους και του αριθμού τους, και τη σταθερότητα της διαδικασίας εξάπλωσης των ρωγμών και οδήγησης τους σε μακροσκοπική αστοχία.

Συνιστώμενη βιβλιογραφία

- Barenblatt G.J. (1962). The mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture (in: G.Kuerti et al. (Editors), Advances in Applied Mechanics, Academic Press New York, London, 7) pp. 55-129.
- Bieniawski Z.T. (1967). Mechanism of Brittle Fracture of Rock (C.S.I.R. Report MEG 580, Pretoria. S.A.), 226 pp.
- Brace W.F. and Bombolakis E.G. (1963). A note on brittle crack growth in compression (J. Geophys.Res., 68 (12)) pp. 3709-3713.
- Bridgman P.W.(1912) Breaking tests under hydrostatic pressure and condition of rupture (Phil.Mag. 24) pp. 63-80.
- Corten T. and Park F.R. (1963). Fracture (in: International Science and Technology) pp. 24-37.
- Cox Keith (1971). Minerals and Rocks (in: Understanding the Earth, (Editors): J.G. Gass, P.J. Smith, R.C.L. Wilson, The Artemis Press, Sussex, MCMLXXI (pp. 13-40.
- Denkhaus H.G., (1958/59). The application of-mathematical theory of elasticity to problems of stress in hard rock at great depth (Ass. of Mine Managers of South Africa) pp. 271-310.
- Fairhurst C. and Cook N.G.W. (1966). The phenomenon of rock splitting parallel to a free surface under compressive stress. Proc. First Congress Intrnational Society of Rock Mechanics, Lisbon, 1, 687-92.

- Fairhurst C., Hudson C., and Wawersik W.R. (1970). The mechanics of deformation and failure of laboratory specimens of rock (in: G.Bilkenroth (red.), Bericht uber das 10. Landertreffen des internationalen Buros fur Gebirgsmechanik, Akademie-Verlag, Berlin).
- Foppl A. (1900). Die Abhangigkeit der Bruchgefahr von der Art des Spannungszustandes (Mitt. Mech.-Techn. Lab. Hochschule Munchen. 27), 43 pp.
- Goodier J.N. (1968). A material theory of equilibrium cracks (in: H.Liebowitz (Editor), Fracture, an Advanced Treatise, II) pp. 1-66.
- Gramberg J. (1969). Analyse des cassures, mouvements et contraintes aux alentours d' une voie de chantier (Journees d' information a Luxembourg les 13 et 14 novembre).
- Gramberg J. (1989). A non conventional view on rock mechanics and fracture mechanics, A.A. Balkema.
- Griffith A.A. (1920). The phenomena of rupture and flow in solids (Phil.Trans. Roy. Soc. London. Ser. A, 221,) pp. 163-198.
- Griffith A.A. (1924). The theory of rupture (Proc. Intern.Congr.Appl.Mechanics. lst. Delft.) pp. 55-63.
- Jaeger J.C. and Cook N.G.W. (1976). "Fundamentals of Rock Mechanics", Science paperbacks
- Karman Th.von (1911). (a). Festigkeitsversuche unter allseitigem Druck (Z.Ver. Deutscher Ingenieure. 55 (42)) pp. 1749-1757.
- Karman Th.von (1912). Festigkeitsversuche unter allseitigem Druck (Z.Ver. Deutscher Ingenieure. 113) pp. 37-68.
- Kotte J.J., Berczes Z.G., Gramberg J.and Seldenrath Th.R. (1969). Stress-Strain Relations and Breakage of Cylindrical Granitic Roch Specimens under Uniaxial and Triaxial Loads (Int.J.Rock Mech. Min.Sci.Vol. 6) pp. 581-595.
- Labasse H. (1949). Les pressions de terrains dans les mines de houille, (Rev.Unio. Mines, V (1)) pp. 1-15.
- Leon H. (1934). Trennbruch im Rahmen der Mohrschen Anstrengungshypothese (Der Bauingenieur, 31/32) pp. 318-321.
- Liebowitz H. (1968). Fracture (Academic Press. New York and London. Vol.I-VII.).
- McClintock F.A. and Walsh J.B. (1962). Friction on Griffith cracks under pressure. Fourth U.S. Congress of Appl. Mech., Proc., 1015-21.
- Mohr O. (1914). Abhandlung aus dem Gebiete der Technischen Mechanik. 2 Auflage (Wilhelm Ernst. Berlin.), 567 pp.
- Paterson Mervyn S. (1978). "Experimental Rock Deformation-The Brittle Field", Springer Verlag.
- Poirier Jean Paul (1983). Creep of crystals (Cambridge Earth Science Series, Editors: A.H. Cook, W.B., Harland, N.F. Hughes, A. Putnis, J.G. Sclater, M.R.A. Thomson) 260 pp.
- Preston F.W. (1927). A study of the rupture of glass (J.Soc. Glass Techn. 10, 1926) pp. 234-267 (J.Soc. Glass Techn. 11) pp. 3-10

- Reeper F.J.M. de (1953). La theorie de Labasse sur les pressions de terrains et les observations de Grond, comparees a la mecanique appliquee (Geol. Mijnbouw, 15 (12)) pp. 425-432.
- Ros M. und Eichinger A. (1949). Die Bruchgefahr fester Korper (Eidgenoss. Material prufungs versuchsanstalt, Ind., Bauw. Gewerbe. ZUrich, 172), 246 pp.
- Schardin H. (1959). Velocity Effects in Fracture, in: B.L.Averback, D.K. Fellbeck, G.T. Hahn and D.A. Thomas (Editors), Fracture (Wiley and Sons, New York, N.Y.) pp. 297-330.
- Seldenrath Th. R. and Gramberg J. (1958). Stress-strain Relations and Breakage of Rocks (in: W.H. Walton (Editor), Mechanical Properties of Non-metallic Brittle Materials. Butterworths scientific publications, London, 6) pp. 79-105.
- Shamina O.G. et al. (1973). Investigation of the fracture development process (Izv., Earth Physics, No. 8), pp. 17-30.
- Smekal A. (1936a). Die Festigkeitseigenschaften sproder Korper (Ergebn. Exakten Naturwiss., 15) pp. 106-188.
- Smekal A. (1936b), Bruchtheorie sproder Korper (Z.Physik, 103) pp. 173-195
- Smekal A. (1936c) The nature of mechanical strength of glass (J.Soc. Glass Technol., 20,) pp. 432-456.
- Smekal A. (1949), Verfahren zur Messung Bruchfortplanzungsgeschwindigkeiten an Bruchflachen (Glasstechn. Ber., H.3) pp. 57-67.
- Smekal A. (1950). Uber den Anfangsverlauf Bruchgeschwindigkeit im Zerreissversuch (Glasstechn. Ber. 67) pp. 186-189.
- Tertsch H. (1949). Die Festigheitserscheinungen der Kristalle (Springer-Verlag, Wien), 310 pp.
- Timoshenko S.P. (1953). History of Strength of Materials, (McGraw-Hill. New York), 452 pp.
- Timoshenko S.P., Goodier J.N. (1970). Theory of Elasticity (McGraw-Hill Book Comp., New York, London, Sydney, 3rd edition) 567 pp.
- Τσουτρέλης Χ. (1985). «Στοιχεία Μηχανικής των Πετρωμάτων, Μέρος 1, Βασικά θεωρητικά στοιχεία και πειραματικές μέθοδοι», ΕΜΠ.

Voigt W. (1894). Zur Festigkeitslehre (Ann. Physik. 533, 43) pp. 567-591.

- Wawersik W.R. (1967) The brittle fracture of rocks: contribution to discussion. Proc. Eighth Symposium on Rock Mechanics, University of Minnesota, Failure and breakage of rocks, pp. 158-60.
- Wright P.J.F. (1955). Comments on an indirect tensile test in concrete cylinders (Mag. Concrete Res., 20) pp. 87-96.
- Yoffe E.H. (1951). The moving Griffith crack, (Phil.Mag., 42) pp. 739-750.